



参考答案

第11章 数的开方

11.1 平方根与立方根

1. 平方根

自主学习·探新知

- 一、1. 平方 这个数
2. (1) 两 相反数 (2) 一 本身 (3) 没有

- 二、1. 正 0 2. (1) 非负数 (2) 没有
三、平方根 算术平方根
四、书写顺序

┃ 小 题 快 练 ┃

1. × 2. √ 3. × 4. √ 5. × 6. × 7. ×

题型示范·知规律

- 【示范题1】【自主解答】(1) ∵ $625 > 0$,
∴ 625 有两个平方根.
又 ∵ $(\pm 25)^2 = 625$, ∴ 625 的平方根是 ± 25 .
(2) ∵ $(-7)^2 = 49 > 0$, ∴ $(-7)^2$ 有两个平方根.
又 ∵ $(\pm 7)^2 = (-7)^2 = 49$,
∴ $(-7)^2$ 的平方根是 ± 7 .
(3) ∵ $-6^2 = -36 < 0$, ∴ -6^2 没有平方根.
(4) ∵ $6 \frac{1}{4} = \frac{25}{4} > 0$, ∴ $6 \frac{1}{4}$ 有两个平方根.

又 ∵ $(\pm \frac{5}{2})^2 = \frac{25}{4}$, ∴ $6 \frac{1}{4}$ 的平方根是 $\pm \frac{5}{2}$.

【示范题2】【自主解答】B

课堂达标·练基础

题组一

1. B 2. B 3. ± 5
4. 解析 (1) ∵ $(\pm 10)^2 = 100$, ∴ 100 的平方根是 ± 10 ,

即 $\pm \sqrt{100} = \pm 10$.

(2) ∵ $(\pm \frac{3}{5})^2 = \frac{9}{25}$,

∴ $\frac{9}{25}$ 的平方根是 $\pm \frac{3}{5}$,

即 $\pm \sqrt{\frac{9}{25}} = \pm \frac{3}{5}$.

(3) ∵ $(\pm 1)^2 = 1$, ∴ 1 的平方根是 ± 1 ,

即 $\pm \sqrt{1} = \pm 1$.

(4) ∵ $(\pm \frac{8}{7})^2 = \frac{64}{49} = 1 \frac{15}{49}$,

∴ $1 \frac{15}{49}$ 的平方根是 $\pm \frac{8}{7}$,

即 $\pm \sqrt{1 \frac{15}{49}} = \pm \frac{8}{7}$.

(5) ∵ $(\pm 0.3)^2 = 0.09$,
∴ 0.09 的平方根是 ± 0.3 ,

即 $\pm \sqrt{0.09} = \pm 0.3$.

5. 解析 ∵ 正数 x 有两个平方根, 分

别是 $-a+2$ 与 $2a-1$,
∴ $-a+2+2a-1=0$,
解得 $a=-1$.
所以 $x=(-a+2)^2=(1+2)^2=9$.

题组二

1. C 2. C 3. $\sqrt{2} \pm \sqrt{2}$ 4. -7

5. 解析 (1) ∵ $(\pm 15)^2 = 225$,
∴ 平方根为 ± 15 , 225 的算术平方根为 15.

(2) ∵ $(\pm \frac{11}{12})^2 = \frac{121}{144}$,

∴ $\frac{121}{144}$ 的平方根为 $\pm \frac{11}{12}$, 算术平方根为 $\frac{11}{12}$.

(3) ∵ $(\pm 0.9)^2 = 0.81$,

∴ 平方根为 ± 0.9 , 0.81 的算术平方根为 0.9.

(4) ∵ $(-4)^2 = 16$, $(\pm 4)^2 = 16$,
∴ $(-4)^2$ 的平方根为 ± 4 , 算术平方根为 4.

6. 解析 设圆的半径是 r , 则 $\pi r^2 = 1600\pi$,

∴ $r=40$,

∴ 它的周长是 $2\pi \times 40 = 80\pi$ (m).

┃ 鉴 前 启 后 ┃

(1) ①
(2) 系数化为 1 得: $(1-x)^2 = 16$, 开平方得: $1-x = \pm 4$, 解得: $x = -3$ 或 $x = 5$.

2. 立方根

自主学习·探新知

- 一、1. 立方 2. (1) 一 (2) 正数 负数 0 3. 三次根号 a
二、立方根
三、书写顺序

┃ 小 题 快 练 ┃

1. √ 2. × 3. √ 4. √ 5. √ 6. ×

题型示范·知规律

【示范题1】【自主解答】(1) ∵ $(\frac{1}{10})^3 = \frac{1}{1000}$, ∴ $\frac{1}{1000}$ 的立方根是

$\frac{1}{10}$, 即 $\sqrt[3]{\frac{1}{1000}} = \frac{1}{10}$.

(2) ∵ $(-8)^3 = -512$,
∴ -512 的立方根是 -8, 即 $\sqrt[3]{-512} = -8$.

(3) ∵ $-3 \frac{3}{8} = -\frac{27}{8}$, 而 $(-\frac{3}{2})^3 = -\frac{27}{8}$,

∴ $-3 \frac{3}{8}$ 的立方根是 $-\frac{3}{2}$,

即 $\sqrt[3]{-3 \frac{3}{8}} = -\frac{3}{2}$.

(4) ∵ $\frac{169}{512} - 1 = -\frac{343}{512}$, 而 $(-\frac{7}{8})^3 = -\frac{343}{512}$, ∴ $\frac{169}{512} - 1$ 的立方根是 $-\frac{7}{8}$.

即 $\sqrt[3]{\frac{169}{512} - 1} = -\frac{7}{8}$.

【示范题2】【自主解答】这个大正方体的体积为: $(3.51^3 + 2.26^3) \text{cm}^3$.

这个大正方体的棱长为 $\sqrt[3]{3.51^3 + 2.26^3} \approx 3.80$ (cm) ∴ 这个大正方体铁块的棱长是 3.80 cm.

课堂达标·练基础

题组一

1. B 2. B 3. $\frac{1}{2}$ 4. 6 1 5. 1

6. 解析 (1) $2x-1 = \sqrt[3]{-125} = -5$, ∴ $x = -2$.

(2) $2x+10 = \sqrt[3]{-27}$,
∴ $2x+10 = -3$, ∴ $x = -\frac{13}{2}$.

7. 解析 根据题意得: $5x+19=4^3$,
即 $5x=45$, 则 $x=9$,

则 $2x+18=36$,
则 $2x+18$ 的平方根是 ± 6 .

题组二

1. C 2. A 3. 43.3 4. 2.4

5. 解析 设第二个纸盒的棱长为 a cm,
∵ 已知第一个正方体纸盒的棱长为 6 cm,

第二个正方体纸盒的体积比第一个纸盒的体积大 127cm^3 ,

∴ $a^3 - 6^3 = 127$,
∴ $a^3 = 127 + 216 = 343$,

$a^3 = 343 = 7^3$,

∴ $a = 7$.

即第二个纸盒的棱长为 7 cm.

6. 解析 (1) 设棱长是 x cm, 则

$x^3 = 216$, $x = \sqrt[3]{216} = 6$.

答: 这个粉笔盒的棱长是 6 cm.

(2) $S = 6 \times 6 \times 5 = 180$ (cm²).

答: 这块纸板至少需要 180cm^2 .

┃ 鉴 前 启 后 ┃

(1) ①

(2) ∵ $125x^3 = 64$, ∴ $5x = 4$, ∴ $x = \frac{4}{5}$.

11.2 实数

自主学习·探新知

一、无限不循环

二、1. 有理数 无理数

2. (1) $-a$

(2) 它本身 它的相反数 0 a ,
0, $-a$

(3) $\frac{1}{a}$

三、一一对应

1. 一个点 2. 每一个点

四、开方 开平方 开立方 法则

法则 开方 乘除 加减

┃ 小 题 快 练 ┃

1. × 2. × 3. × 4. √ 5. × 6. √



7. × 8. √

☞ 题型示范 · 知规律

【示范题 1】【自主解答】负整数集合：

$$\{-(-2)^2, -|-2|, \dots\};$$

$$\text{负分数集合: } \left\{ \frac{(-2)^3}{3}, \dots \right\};$$

无理数集合：

$$\{0.101\ 001\dots, -\frac{\pi}{2}, \dots\};$$

非负有理数集合：

$$\left\{ \frac{22}{7}, 0.101\ 001, -(-2), 0, \right.$$

$$\left. -(-1)^{2019}, \dots \right\}.$$

【示范题 2】【自主解答】∵ $4 < 6 < 9$,

$$\therefore 2 < \sqrt{6} < 3,$$

∴ $\sqrt{6}$ 的整数部分为 2, 即 $2 + \sqrt{6}$ 的整数部分 $a=4$, 小数部分 $b=2 +$

$$\sqrt{6} - 4 = \sqrt{6} - 2,$$

根据题中的新定义得：

$$a \# b = 4(\sqrt{6} - 2) + (4 + \sqrt{6} - 2) =$$

$$4\sqrt{6} - 8 + 2 + \sqrt{6} = 5\sqrt{6} - 6.$$

☞ 课堂达标 · 练基础

题组一

1. D 2. C 3. A 4. ②③④

5. 答案不唯一, 如: $\sqrt{2}, \sqrt{3}$

6. 解析 整数集合: $\{-2, 0, 12, \dots\}$;
无理数集合:

$$\left\{ \frac{\pi}{6}, 2.010\ 010\ 001\dots, \dots \right\};$$

非负整数集合: $\{0, 12, \dots\}$;

负分数集合:

$$\left\{ -\frac{1}{2}, -1.6, -\frac{22}{7}, \dots \right\};$$

负数集合:

$$\left\{ -\frac{1}{2}, -1.6, -2, -\frac{22}{7}, \dots \right\};$$

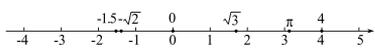
有理数集合:

$$\left\{ -\frac{1}{2}, -1.6, 2.5, -2, 0, 12, -\frac{22}{7}, 85\%, \dots \right\}.$$

题组二

1. A 2. C 3. $-\frac{3}{2}$ 4. 3

5. 解析 如图所示,



∴ 按从小到大的顺序排列如下:

$$-1.5 < -\sqrt{2} < 0 < \sqrt{3} < \pi < 4.$$

☞ 鉴前启后:

(1) ①

$$(2) \because |x-1| = \sqrt{5}, \therefore x-1 = \pm\sqrt{5},$$

$$\therefore x = 1 \pm \sqrt{5}. \text{ 即 } x = 1 + \sqrt{5} \text{ 或 } x = 1 - \sqrt{5}.$$

章末复习课

☞ 知识架构 · 建体系

① 如果一个数的平方等于 a , 那么这

个数叫做 a 的平方根;

② 正数 a 的正的平方根, 叫做 a 的算术平方根;

③ 如果一个数的立方等于 a , 那么这个数叫做 a 的立方根;

④ 整数和分数统称有理数;

⑤ 无限不循环小数叫做无理数;

⑥ 实数与数轴上的点一一对应;

⑦ 通常可取它们的近似值来比较;

⑧ 有理数的运算法则及运算律对于实数也适用.

☞ 考点突破 · 明方法

☞ 考点一

【示范题】【自主解答】C

☞ 对点训练

1. D 2. A 3. D 4. 2 5. 8

☞ 考点二

【示范题】【自主解答】 $\sqrt{7}, \sqrt[3]{2}, \frac{\pi}{3}$

☞ 对点训练

1. D 2. C 3. B 4. $\frac{5}{2} > \sqrt{5} > 2$ 5. 7

☞ 考点三

【示范题】【自主解答】C

☞ 对点训练

1. D 2. B 3. A 4. $m-n$

☞ 考点四

【示范题】【自主解答】 $\sqrt{4} - 2^3 \div$
 $|-2| \times (-7+5) = 2 - 8 \div 2 \times (-2)$
 $= 2 + 8 = 10.$

☞ 对点训练

1. 1 2. -1.14 3. ①③ ②255

4. 解析 原式 $= 6 - 3 - 1 = 2.$

单元评价检测(一)

1. A 2. C 3. C 4. D 5. B 6. C

7. A 8. $\sqrt{2}$ (答案不唯一)

9. 9 10. 1000000 (或 10^6) 11. 0

12. 4

13. 解析 (1) 原式 $= 12 + 7 = 19.$

$$(2) \text{原式} = 5 - \frac{4}{5} = \frac{21}{5}.$$

$$(3) \text{原式} = -8 \times |-4| + (-4) \times \frac{1}{4} - 3$$

$$= -32 - 1 - 3 = -36.$$

14. 解析 (1) 由数轴可知: $a-b > 0, c-b < 0, c-a < 0,$

$$\text{所以原式} = (a-b) - (c-b) - (c-a)$$

$$= a-b-c+b-c+a=2a-2c.$$

(2) 由题意可知: $x+y=0, z=-1,$

$$mn=1,$$

$$\text{所以 } a=0, b=-(-1)^2=-1, c=-4,$$

$$\therefore 98a+99b+100c = -99-400$$

$$= -499.$$

(3) 满足条件的 D 点表示的整数为 $-7, 3$, 整数和为 $-4.$

15. 解析 (1) $25x^2=81, x^2=\frac{81}{25},$

$$\therefore x = \pm \sqrt{\frac{81}{25}}, \therefore x = \pm \frac{9}{5}.$$

(2) $2x-1 = \sqrt[3]{-27}, \therefore 2x-1 = -3,$ 解得 $x = -1.$

16. 解析 (1) ∵ $\sqrt{36} < \sqrt{41} < \sqrt{49}$,

$$\text{设 } \sqrt{41} = 6+k (0 < k < 1),$$

$$\therefore (\sqrt{41})^2 = (6+k)^2, \therefore 41 = 36 + 12k + k^2, \therefore 41 \approx 36 + 12k.$$

$$\text{解得 } k \approx \frac{5}{12}, \therefore \sqrt{41} \approx 6 + \frac{5}{12} \approx$$

$$6 + 0.42 = 6.42.$$

(2) 设 $\sqrt{m} = a+k (0 < k < 1),$

$$\therefore m = a^2 + 2ak + k^2 \approx a^2 + 2ak.$$

$$\therefore m = a^2 + b, \therefore a^2 + 2ak \approx a^2 + b,$$

$$\text{解得 } k \approx \frac{b}{2a}, \therefore \sqrt{m} \approx a + \frac{b}{2a}.$$

$$(3) \sqrt{37} \approx 6 + \frac{1}{12} \approx 6.08.$$

第 12 章 整式的乘除

12.1 幂的运算

1. 同底数幂的乘法

☞ 自主学习 · 探新知

$$1. 2 \times 2 \quad 2^5 \quad 2. 10 \times 10 \times 10 \quad 10^4$$

$$3. a \cdot a \cdot a \cdot a \quad a^5$$

二、1. a^{mn} 2. 不变 相加

☞ 小题快练

$$1. \times \quad 2. \times \quad 3. \times \quad 4. \sqrt{\quad} \quad 5. \times$$

☞ 题型示范 · 知规律

【示范题 1】【自主解答】(1) $x^3 \cdot x^7 = x^{3+7} = x^{10}.$

$$(2) 4 \times 2^4 \times 2^3 = 2^2 \times 2^4 \times 2^3 = 2^{2+4+3} = 2^9.$$

$$(3) (-a)^3 \cdot a \cdot (-a)^4 = -a^3 \cdot a \cdot a^4 = -a^{3+1+4} = -a^8.$$

$$(4) (a-b)^3 \cdot (b-a)^4 = (a-b)^3 \cdot (a-b)^4 = (a-b)^7.$$

【示范题 2】【自主解答】∵ $a^m = 3,$

$$a^n = 21,$$

$$\therefore a^{m+n} = a^m \cdot a^n = 3 \times 21 = 63.$$

☞ 课堂达标 · 练基础

题组一

1. D 2. C 3. a^7 4. 15

5. 解析 (1) $(b+2)^3 \cdot (b+2)^5 \cdot (b+2) = (b+2)^{3+5+1} = (b+2)^9.$

$$(2) \text{方法一: } (x-2y)^2 \cdot (2y-x)^3 = (2y-x)^2 \cdot (2y-x)^3 = (2y-x)^{2+3} = (2y-x)^5.$$

$$\text{方法二: } (x-2y)^2 \cdot (2y-x)^3 = (x-2y)^2 \cdot [-(x-2y)]^3 = -(x-2y)^5.$$

6. 解析 $(-x)^{2n-1} \cdot (-x)^{n+2}$

$$= (-x)^{2n-1+(n+2)} = (-x)^{3n+1}.$$

当 n 为偶数时, 原式 $= -x^{3n+1};$

当 n 为奇数时, 原式 $= x^{3n+1}.$

题组二

1. D 2. B 3. 3 4. 7.9×10^5

5. 解析 (1) ∵ $a^m = 2, \therefore a^{m+1} = a^m \cdot a = 2a.$

$$(2) \because a^n = 3, \therefore a^{n+2} = a^n \cdot a^2 = 3a^2.$$

$$(3) \because a^m = 2, a^n = 3, \therefore a^{m+n+1} = a^m \cdot a^n \cdot a = 2 \times 3 \cdot a = 6a.$$

6. 解析 $3.75 \times 10^5 \times 1 \times 10^{10}$

$$= 3.75 \times 10^{15} (\text{kg}).$$



答:这些镭完全蜕变后放出的热量相当于 $3.75 \times 10^{15} \text{kg}$ 煤燃烧放出的热量.

! 鉴前启后:

(1) ①
 (2) $(x-y)^2 \cdot (x-y)^3 \cdot (x-y)^4 \cdot (y-x)$
 $= (x-y)^2 \cdot (x-y)^3 \cdot [-(x-y)^4 \cdot (x-y)]$
 $= (x-y)^{2+3+4+1}$
 $= (x-y)^{10}$
 $= 2(x-y)^5$.

2. 幂的乘方

! 自主学习 · 探新知

一、 $1. 5^3 \quad 5^3 \quad 3 \times 2 \quad 6$
 $2. a^3 \quad a^3 \quad a^3 \quad 3 \times 3 \quad 9$

二、1. a^m 2. 不变 相乘

! 小 题 快 练:

1. \times 2. \times 3. $\sqrt{\quad}$ 4. \times 5. $\sqrt{\quad}$

! 题型示范 · 知规律

【示范题 1】【自主解答】(1) $[(-a)^2]^3 = (-a)^6 = a^6$.

(2) $(-a)^2 \cdot (a^2)^2 = a^2 \cdot a^4 = a^6$.

(3) $[(x+y)^2]^3 \cdot [(x+y)^3]^4 = (x+y)^6 \cdot (x+y)^{12} = (x+y)^{18}$.

【示范题 2】【自主解答】 $3^{3m+2n} = 3^{3m} \cdot 3^{2n} = (3^m)^3 \cdot (3^n)^2 = x^3 y^2$

! 课堂达标 · 练基础

题组一

1. B 2. B 3. (1) $(x+y)^{12}$ (2) $2a^8$

4. $(a^7)^2$ 或 $(a^2)^7$ (答案不唯一)

5. x^{32}

6. 解析 (1) 原式 $= a^8 \cdot a^{10} \cdot (-a^{12}) = -a^{30}$.

(2) 原式 $= x^{12} + x^6 \cdot x^6 + 2x^{12} = x^{12} + x^{12} + 2x^{12} = 4x^{12}$.

(3) 原式 $= -a^6 + a^6 - a^6 = -a^6$.

(4) 原式 $= (a+b)^{12} \cdot (a+b)^8 = (a+b)^{20}$.

(5) 原式 $= -a^{12} + 5a^{12} - 3a^{12} = a^{12}$.

题组二

1. C 2. A 3. 9 4. 3^6

5. 解析 $\because a^m = 7, a^{2n} = 4,$

$\therefore a^n = \pm 2,$

$\therefore a^{2m+n} = (a^m)^2 \cdot a^n = 49 \times (\pm 2) = \pm 98.$

! 鉴前启后:

(1) ②

(2) 由题意知, $3^m \cdot 9^m \cdot 27^m \cdot 81^m$
 $= 3^m \cdot (3^2)^m \cdot (3^3)^m \cdot (3^4)^m$
 $= 3^m \cdot 3^{2m} \cdot 3^{3m} \cdot 3^{4m}$
 $= 3^{m+2m+3m+4m}$
 $= 3^{10m},$

$\therefore 3^m \cdot 9^m \cdot 27^m \cdot 81^m = 3^{30},$

$\therefore 10m = 30, \text{解得 } m = 3.$

3. 积的乘方

! 自主学习 · 探新知

一、 $1. (-2a^2) \cdot (-2a^2) \cdot (-2a^2) = -8a^6$

$-8a^6$

2. $(a^2 \cdot a^2 \cdot a^2) (b \cdot b \cdot b) a^6 b^3 a^6 b^3$

二、1. $a^6 b^3$ 2. 乘方 相乘

! 小 题 快 练:

1. \times 2. $\sqrt{\quad}$ 3. \times 4. \times 5. $\sqrt{\quad}$
 6. $\sqrt{\quad}$ 7. \times

! 题型示范 · 知规律

【示范题 1】【自主解答】(1) $(-xy)^4 = (-x)^4 \cdot y^4 = x^4 y^4$.

(2) $-(3a^2 b^3)^3 = -3^3 \cdot (a^2)^3 \cdot (b^3)^3 =$

$-27a^6 b^9$.

(3) $(-x^3)^2 \cdot (-x^2)^3 = x^{3 \times 2} \cdot (-x^{2 \times 3}) = -x^{12}$.

【示范题 2】【自主解答】(1) 原式 $=$

$(-8)^{2018} \times (-8) \times (-\frac{1}{4})^{2018}$

$= 8^{2018} \times (\frac{1}{4})^{2018} \times (-8)$

$= (\frac{1}{4} \times 8)^{2018} \times (-8)$

$= -2^{2018} \times 8 = -2^{2018} \times 2^3 = -2^{2021}$.

(2) 原式 $= (-0.1)^{12} \times (-10)^{12} \times$

$(-\frac{5}{3})^7 \times (-\frac{3}{5})^7 \times (-10) \times$

$(-\frac{3}{5})^2 = 0.1^{12} \times 10^{12} \times (-\frac{5}{3})^7 \times$

$(-\frac{3}{5})^7 \times (-10) \times (-\frac{3}{5})^2 = (0.1 \times$

$10)^{12} \times (\frac{5}{3} \times \frac{3}{5})^7 \times (-10) \times \frac{9}{25}$

$= 1 \times 1 \times (-10) \times \frac{9}{25} = -\frac{18}{5}$.

! 课堂达标 · 练基础

题组一

1. A 2. D 3. $3a^2$ 4. ①④

5. 解析 (1) $(5m)^3 = 5^3 \cdot m^3 = 125m^3$.

(2) $(-xy^2)^3 = (-1)^3 \cdot x^3 \cdot (y^2)^3 = -x^3 y^6$.

题组二

1. A 2. D 3. 1000 4. 8

5. 解析 (1) 原式 $= \frac{9^2}{4^2} \times 4^2 = 9^2 = 81$.

(2) 原式 $= (-\frac{1}{4})^{12} \times 4^{12} = \frac{1}{4^{12}} \times 4^{12} = 1$.

(3) 原式 $= (\frac{1}{2})^2 \times 25 \times \frac{1}{8} = \frac{25}{32}$.

(4) 原式 $= (\frac{1}{4})^3 \times 8^3 = (\frac{1}{4} \times 8)^3 = 8$.

! 鉴前启后:

(1) ①

(2) $(-3ab^2c^3)^2 = (-3)^2 \times a^2 \times (b^2)^2 \times (c^3)^2 = 9a^2 b^4 c^6$.

4. 同底数幂的除法

! 自主学习 · 探新知

一、 $1. 5^5 \quad 10^8 \quad a^{13} \quad 2. 5^2 \quad 10^3 \quad a^6$

3. $5^2 \quad 10^3 \quad a^6$

相同 指数 指数 差

二、1. a^{m-n} 2. 不变 减

! 小 题 快 练:

1. \times 2. \times 3. \times 4. $\sqrt{\quad}$ 5. $\sqrt{\quad}$

! 题型示范 · 知规律

【示范题 1】【自主解答】(1) $(-y)^6 \div y^2 = y^6 \div y^2 = y^{6-2} = y^4$.

(2) $a^{2m} \div a^m = a^{2m-m} = a^m$.

(3) $(x-y)^3 \div (y-x)^2 = (x-y)^3 \div (x-y)^2 = (x-y)^{3-2} = x-y$.

【示范题 2】【自主解答】 $8^{a+c-2b} = 8^a \cdot 8^c \cdot 8^{-2b} = (2^3)^a \cdot 8^c \cdot (2^3)^{-2b} = (2^3)^3 \cdot 8^c \cdot [(2^2)^b]^{-3} = 3^3 \cdot 7 \cdot 5^{-3} = \frac{189}{125}$.

! 课堂达标 · 练基础

题组一

1. D 2. D 3. x^2 4. 9

5. 解析 (1) $-m^9 \div m^3 = -m^{9-3} = -m^6$.

(2) $(-a)^6 \div (-a)^3 = (-a)^{6-3} = (-a)^3 = -a^3$.

(3) $(-8)^6 \div (-8)^5 = -8$.

(4) $6^{2m+3} \div 6^m = 6^{2m+3-m} = 6^{m+3}$.

题组二

1. C 2. A 3. $\frac{25}{4}$ 4. 2^9

5. 解析 (1) 原式 $= 3^9 \div 3^8 = 3^{9-8} = 3$.

(2) 原式 $= (a-b)^3 (a-b)^2 \div (a-b)^4 = (a-b)^{3+2} \div (a-b)^4 = a-b$.

6. 解析 由题意列式可得 $(2.37 \times 10^6) \div (7.9 \times 10^3)$

$= (2.37 \div 7.9) \times (10^6 \div 10^3)$

$= 0.3 \times 10^3$

$= 300(\text{s}).$

答: 该卫星运行 $2.37 \times 10^6 \text{m}$ 所需要的时间约为 300s.

! 鉴前启后:

(1) ①

(2) $(a^2)^3 \cdot (a^2)^4 \div (-a^2)^5 =$

$= -(a^2)^{3+4-5} =$

$= -(a^2)^2 =$

$= -a^4$.

12.2 整式的乘法

1. 单项式与单项式相乘

! 自主学习 · 探新知

一、1. x^3 2. 乘法交换律 乘法结合律 3. $6x^5$

二、1. 相乘的积 系数 2. 幂

3. 字母 指数

! 小 题 快 练:

1. $\sqrt{\quad}$ 2. $\sqrt{\quad}$ 3. \times 4. \times 5. \times 6. \times
 7. $\sqrt{\quad}$

! 题型示范 · 知规律

【示范题 1】【自主解答】(1) $5a^2 \cdot 3a^5 = 15a^7$.

(2) $(-9a^2 b^3) \cdot 8ab^2 = -72a^3 b^5$.



$$\begin{aligned} (3) & (-2x)^2 \cdot (-3x^2) = 4x^2 \cdot (-3x^2) \\ & = -12x^4. \\ (4) & (-x^2)^3 \cdot (-2x^2)^3 = -x^6 \cdot (-8x^6) \\ & = 8x^{12}. \\ (5) & m^2n \cdot (-0.5m^3n^2) \cdot 2mn^2 \\ & = -m^6n^5. \end{aligned}$$

【示范题 2】【解题探究】提示

$$a+2a+2a+2a+a=8a.$$

$$1. 5a+2. 5a=4a.$$

【尝试解答】根据题意,得草坪部分的面积为:

$$\begin{aligned} & (a+2a+2a+2a+a) \times (1.5a+2.5a) - \\ & 2a \times 2.5a \times 2 \\ & = 8a \times 4a - 10a^2 \\ & = 32a^2 - 10a^2 \\ & = 22a^2. \end{aligned}$$

答案 $22a^2$

课堂达标·练基础

题组一

1. C 2. D 3. $-2a^3b^6$

4. (1) $-12x^7y^9$ (2) $-3(a-b)^5$

5. **解析** (1) 原式 $= (-2)^2 a^{2 \times 2} b^2 \cdot$

$$(-2)^3 a^{2 \times 3} b^{2 \times 3}$$

$$= (-2)^5 a^4 b^2 \cdot a^6 b^6 = -32a^4 a^6 b^6 b^2$$

$$= -32a^{10} b^8.$$

(2) 原式 $= (-2.5)^2 x^{3 \times 2} \cdot (-4)x^3$

$$= \left(-\frac{5}{2}\right)^2 \cdot (-4)x^6 x^3$$

$$= \frac{25}{4} \cdot (-4)x^9 = -25x^9.$$

题组二 1. A 2. C 3. $2a^2 \times 10^6$

4. 1.462×10^{15}

5. **解析** $\therefore 1+2+3+\dots+n=m,$

$$\therefore (ab^n) \cdot (a^2b^{n-1}) \cdot \dots \cdot (a^{n-1}b^2) \cdot$$

$$(a^nb)$$

$$= a^{1+2+\dots+n} b^{n+n-1+\dots+1} = a^nb^m.$$

【鉴前启后】

(1) ②

(2) $(2a)^3 \cdot (-5a^2b)$

$$= 8a^3 \times (-5)a^2b$$

$$= -40a^{3+2}b$$

$$= -40a^5b$$

2. 单项式与多项式相乘

自主学习·探新知

一、1. $ma+mb+mc$ 2. $ax-cx$

3. $6x+9y-12$ 4. $ay+by-cy$

二、1. 每一项 相加 2. $ab+ac+ad$

【小快快练】

1. $\sqrt{\quad}$ 2. \times 3. \times 4. \times

题型示范·知规律

【示范题 1】【自主解答】

(1) $2x(x^2+3x-2)$

$$= 2x \cdot x^2 + 2x \cdot 3x + 2x \cdot (-2)$$

$$= 2x^3 + 6x^2 - 4x.$$

(2) $\left(-\frac{1}{2}ab\right) \left(\frac{2}{3}b^2 - \frac{1}{3}a + \frac{1}{4}\right)$

$$= \left(-\frac{1}{2}ab\right) \cdot \frac{2}{3}b^2 + \left(-\frac{1}{2}ab\right) \cdot \left(-\frac{1}{3}a\right)$$

$$+ \left(-\frac{1}{2}ab\right) \cdot \frac{1}{4}$$

$$= -\frac{1}{3}ab^3 + \frac{1}{6}a^2b - \frac{1}{8}a^2b.$$

(3) $\left(\frac{1}{4}a^2-1\right)(-2a)^2$

$$= \left(\frac{1}{4}a^2-1\right) \cdot 4a^2$$

$$= 4a^2 \cdot \frac{1}{4}a^2 + 4a^2 \cdot (-1) = a^4 - 4a^2.$$

【示范题 2】【自主解答】 $3a(2a^2-4a+3) - 2a^2(3a+4)$

$$= 6a^3 - 12a^2 + 9a - 6a^3 - 8a^2$$

$$= -20a^2 + 9a,$$

当 $a=-2$ 时, 原式 $= -20 \times 4 - 9 \times 2$

$$= -98.$$

课堂达标·练基础

题组一

1. B 2. A 3. B 4. $x^4y^4-2x^2y^5$

5. **解析** (1) $a(b+1) - ab - 1 = ab + a - ab - 1$

$$= a - 1.$$

(2) 原式 $= \left(-\frac{1}{2}ab\right) \times \frac{2}{3}ab^2 +$

$$\left(-\frac{1}{2}ab\right)(-2ab) + \left(-\frac{1}{2}ab\right) \times \frac{4}{3}b$$

$$= -\frac{1}{3}a^2b^3 + a^2b^2 - \frac{2}{3}ab^2.$$

6. **解析** $6a^2-5a(-a+2b-1)+4a(-3a-$

$$\frac{5}{2}b - \frac{3}{4})$$

$$= 6a^2 + 5a^2 - 10ab + 5a - 12a^2 - 10ab -$$

$$3a = -a^2 - 20ab + 2a.$$

题组二 1. D 2. A 3. 4 4. $2a^3-4a^2$

5. **解析** \therefore 长方形的长为 $(a+b)$ cm, \therefore

长方形的宽为 $(a+b) - (a-b) = 2b$

(cm), 长方形的周长为 $2(a+b+2b)$

$$= 2a+6b(\text{cm}),$$

长方形的面积为 $(a+b) \times 2b = 2ab +$

$$2b^2(\text{cm}^2).$$

6. **解析** 原式 $= 2a^2b + 2ab^2 - 2a^2b + 2 - ab^2$

$$- 2$$

$$= 2a^2b - 2a^2b + 2ab^2 - ab^2 + 2 - 2$$

$$= (2a^2b - 2a^2b) + (2ab^2 - ab^2) + (2 - 2)$$

$$= ab^2,$$

当 $a=-2, b=2$ 时, 原式 $= -2 \times 2^2 = -8.$

【鉴前启后】

(1) ①

(2) $(-2ab)(3a^2-2ab-b^2)$

$$= (-2ab) \cdot (3a^2) + (-2ab) \cdot (-2ab) +$$

$$(-2ab) \cdot (-b^2)$$

$$= -6a^3b + 4a^2b^2 + 2ab^3.$$

3. 多项式与多项式相乘

自主学习·探新知

一、 $(a+b)(m+n)(a+b)(m+n)$

四 $am \quad an \quad bm \quad bn \quad (am+an+bm+bn)$

$$(a+b)(m+n) = am+an+bm+bn$$

$$(a+b)(m+n) = am+an+bm+bn$$

二、1. 每一项 每一项 相加

$$2. ma+mb+na+nb$$

【小快快练】

1. \times 2. \times 3. \times 4. $\sqrt{\quad}$ 5. \times

题型示范·知规律

【示范题 1】【自主解答】(1)

$$(a-1)(a+5) = a^2+5a-a-5 = a^2+4a-5.$$

$$(2) (2x+5)(x^2-6) = 2x^3+5x^2-12x$$

$$-30.$$

$$(3) (2x-3y)(2x+3y) = 4x^2-6xy+$$

$$6xy-9y^2 = 4x^2-9y^2.$$

【示范题 2】【解题探究】(1) **提示** 图乙

中的大长方形作为一个整体, 先

确定它的长和宽, 就可以表示出

大长方形的面积. 大长方形的长

为 $a+2b$, 宽为 $a+b$, 则它的面积为

$$(a+2b)(a+b).$$

(2) **提示** 首先确定每个正方形和小

长方形的长和宽, 再分别表示出各

各自的面积, 然后相加. 大正方形的

边长为 a , 2 个小正方形的边长为

b , 3 个小长方形的长为 a , 宽为 b ,

则它们的面积分别为 $a^2, b^2, b^2, ab,$

ab, ab , 所以它们的面积和为 a^2+

$$b^2+b^2+ab+ab+ab = a^2+2b^2+3ab.$$

【尝试解答】 观察图乙得知: 长方

形的长为 $a+2b$, 宽为 $a+b$,

$$\therefore \text{面积为: } (a+2b)(a+b)$$

$$= a^2+3ab+2b^2.$$

答案 $(a+2b)(a+b) = a^2+3ab+2b^2$

课堂达标·练基础

题组一

1. A 2. C 3. B 4. y^3-512 5. -2

6. **解析** (1) 原式 $= x \cdot x^2 + x \cdot 2xy + x \cdot$

$$(-3y^2) + (-2y) \cdot x^2 + (-2y) \cdot 2xy +$$

$$(-2y) \cdot (-3y^2)$$

$$= x^3 + 2x^2y - 3xy^2 - 2x^2y - 4xy^2 + 6y^3$$

$$= x^3 - 7xy^2 + 6y^3.$$

(2) 原式 $= x \cdot x + 4 \cdot x + 3 \cdot x + 3 \times 4 -$

$$(x \cdot x - 2 \cdot x - 1 \cdot x + 2) = x^2 + 4x + 3x + 12$$

$$- x^2 + 2x + x - 2 = 10x + 10.$$

(3) $y(x+y) + (x+y)(x-y) - x^2$

$$= xy + y^2 + x^2 - y^2 - x^2 = xy.$$

当 $x=-2, y=\frac{1}{2}$ 时, 原式 $= xy = -2 \times$

$$\frac{1}{2} = -1.$$

题组二 1. D 2. A 3. $-2m$ 4. $k>5$

5. **解析** 依据题意得: $(30-2x) \cdot (20-x)$

$$= 600 - 30x - 40x + 2x^2$$

$$= 2x^2 - 70x + 600.$$

答: 该绿地的面积为 $(2x^2 - 70x + 600)$

$$\text{m}^2.$$



鉴前幕后

(1)①
 (2) $(x-8)(x-5)-(2x-1)(x+2)$
 $=x^2-5x-8x+40-2x^2-4x+x+2$
 $=-x^2-16x+42$
 当 $x=-1$ 时,原式 $=-(-1)^2-16 \times (-1)+42$
 $=-1+16+42=57$.

12.3 乘法公式

1. 两数和乘以这两数的差

自主学习·探新知

一、1. x^2-1 2. $25-a^2$ 3. m^2-n^2
 二、1. 平方差 2. a^2-b^2

小快练

1. \times 2. \checkmark 3. \times 4. \checkmark 5. \times

题型示范·知规律

【示范题1】**【解题探究】**1.提示根据两数和乘以这两数的差的公式的特点,能否利用两数和乘以这两数的差的公式进行计算的前提是两个多项式是否是两数和与这两数的差.若不明确,看是否通过适当变形化为两数和与这两数的差.

2.提示 $(-2a-3b)(2a-3b)$ 化为 $(-3b-2a)(-3b+2a)$, $(a-2b+c)(a+2b-c)$ 化为 $[a-(2b-c)][a+(2b-c)]$.

【尝试解答】(1) $(2x+5)(2x-5)$
 $= (2x)^2-5^2=4x^2-25$
 (2) $(-2a-3b)(2a-3b)=[(-3b)+2a][(-3b)-2a]=(-3b)^2-(2a)^2=9b^2-4a^2$
 (3) $(-3x+4y)(-3x-4y)$
 $= (-3x)^2-(4y)^2=9x^2-16y^2$

【示范题2】**【自主解答】**(1) 2998×3002
 $= (3000-2) \times (3000+2)$
 $= 3000^2-2^2$
 $= 9000000-4=8999996$
 (2) $(2+1)(2^2+1)(2^4+1)\cdots(2^{2n}+1)$
 $= (2-1)(2+1)(2^2+1)\cdots(2^{2n}+1)$
 $= (2^2-1)(2^2+1)\cdots(2^{2n}+1)$
 $= \dots$
 $= 2^{4n}-1$
 $= 16^{2n}-1$

课堂达标·练基础

题组一

1. B 2. C 3. C 4. $4m^2-b^2$ 5. ± 6

6. **解析** (1)原式 $=x^2-1-x^2=-1$.
 (2)原式 $=1-a^2-a^2+3a=1+3a-2a^2$.

题组二 1. B 2. ± 4 3. $99\frac{3}{4}$

4. 11cm, 9cm

5. **解析** (1)由原方程,得 $4x^2-9=-5$,
 $4x^2=4, x^2=1, x=\pm 1$,

解得, $x=1$ 或 $x=-1$.
 (2)由原方程,得
 $4x^2-3x-1-4x^2+25=25$,
 移项、合并同类项,得 $-3x=1$,
 化未知数系数为1,得 $x=-\frac{1}{3}$.

6. **解析** $a = \frac{2017}{2018} = \frac{2017 \times 2019}{2018 \times 2019} = \frac{(2018-1)(2018+1)}{2018 \times 2019} = \frac{2018^2-1}{2018 \times 2019}$,
 $b = \frac{2018}{2019} = \frac{2018^2}{2018 \times 2019}$,
 $\therefore 2018^2-1 < 2018^2$,
 $\therefore a < b$.

鉴前幕后

(1)①
 (2) $x(4x+y)-(2x-y)(2x+y)$
 $= 4x^2+xy-4x^2+y^2$
 $= xy+y^2$
 当 $x=2, y=1$ 时,
 原式 $=xy+y^2=2 \times 1+1=3$.

2. 两数和(差)的平方

自主学习·探新知

一、1. $a+b$ ab ab $2ab$
 2. $a-b$ ab ab $2ab$
 二、1. 平方和 2. $a^2+2ab+b^2$
 三、1. 平方和 2. $a^2-2ab+b^2$

小快练

1. \times 2. \times 3. \times 4. \times

题型示范·知规律

【示范题1】**【自主解答】**(1)原式 $=x^2-2 \cdot x \cdot 6+6^2=x^2-12x+36$.
 (2)原式 $=(-2x)^2+2 \cdot (-2x) \cdot (-y)+(-y)^2=4x^2+4xy+y^2$.
 (3)原式 $=(-p)^2+2 \cdot (-p) \cdot 3q+(3q)^2=p^2-6pq+9q^2$.
 (4)原式 $= (4m^2-n^2)^2=16m^4-8m^2n^2+n^4$.

【示范题2】**【解题探究】**(1)提示大正方形的边长为 $m+n$.大正方形的面积为 $(m+n)^2$.

(2)提示小正方形的边长为 $m-n$.小正方形的面积为 $(m-n)^2$.

(3)提示小长方形的面积为 mn .小正方形面积还可以表示为 $(m+n)^2-4mn$.

(4)提示 $(m+n)^2-4mn=(m-n)^2$.

【尝试解答】(1)阴影部分是正方形,正方形的边长是 $m-n$,即阴影部分的面积是 $(m-n)^2$,阴影部分的面积还可表示为 $S=(m+n)^2-4mn$,

答案 $(m-n)^2$ $(m+n)^2-4mn$.

(2) $(m-n)^2=(m+n)^2-4mn$.

(3) $\therefore a+b=8, ab=7$,

$\therefore (a-b)^2=(a+b)^2-4ab$

$=8^2-4 \times 7=36$,

$\therefore a-b=\pm 6$,

$a^2-b^2=(a-b)(a+b)$

$=\pm 6 \times 8=\pm 48$.

课堂达标·练基础

题组一

1. B 2. D 3. C 4. ± 1

5. **解析** (1) $(x+1)^2-2(1-x)-x^2$
 $=x^2+2x+1-2+2x-x^2=4x-1$.

(2)原式 $=1-a^2+a^2-4a+4=-4a+5$.
 当 $a=-3$ 时, $-4a+5=-4 \times (-3)+5=17$.

6. **解析** $m=2013 \times 2014-1$,
 $n=2013^2-2013 \times 2014+2014^2=2013^2-2 \times 2013 \times 2014+2014^2+2013 \times 2014=(2013-2014)^2+2013 \times 2014=2013 \times 2014+1$,
 $\therefore 2013 \times 2014-1 < 2013 \times 2014+1, \therefore m < n$.

题组二 1. A 2. C 3. $4mn$ 4. 5

5. **解析** (1)原式 $= (100+0.2)^2$
 $= 10000+40+0.04=10040.04$.

(2)原式 $= (100-2)^2=10000-400+4=9604$.

(3)原式 $= (40-3)^2=1600-240+9=1369$.

(4)原式 $= (20+\frac{1}{2})^2=400+20+\frac{1}{4}=420\frac{1}{4}$.

6. **解析** (1) $\therefore (a+b)^2=a^2+b^2+2ab$
 $=25+24=49$,

$\therefore a+b=\pm 7$.

(2) $\therefore (a-b)^2=a^2+b^2-2ab=25-24=1$,
 $\therefore a-b=\pm 1$.

(3) $\therefore a+b=\pm 7, a-b=\pm 1$,

$\therefore a^2-b^2=(a+b)(a-b)=\pm 7$.

7. **解析** $\therefore (a+b)^2=1, (a-b)^2=25$,

$\therefore a^2+b^2+2ab=1, a^2+b^2-2ab=25$.

$\therefore 4ab=-24, ab=-6$,

$\therefore a^2+b^2+ab=(a+b)^2-ab=1-(-6)=7$.

鉴前幕后

(1)①

(2) A^2-B^2

$= (2x+y)^2-(2x-y)^2$

$= 4x^2+4xy+y^2-(4x^2-4xy+y^2)$

$= 4x^2+4xy+y^2-4x^2+4xy-y^2$

$= 8xy$.

12.4 整式的除法

1. 单项式除以单项式

自主学习·探新知

一、1. $8a^3$ 2. $-2xy$ 3. 除法 减法

4. $8a^3$ 5. $-2xy$

二、系数 同底数幂 商 指数 商

小快练

1. \checkmark 2. \checkmark 3. \times 4. \checkmark

题型示范·知规律

【示范题1】**【自主解答】**(1) $28x^4y^2 \div 7x^3y=(28 \div 7) \cdot x^{4-3} \cdot y^{2-1}=4xy$.

(2) $-5a^3b^3c \div 15a^4b$



$$=(-5 \div 15)a^5 \cdot b^3 \cdot c = -\frac{1}{3}ab^2c.$$

$$(3)(2x^2y)^3 \cdot (-7xy^2) \div 14x^4y^3$$

$$=8x^6y^3 \cdot (-7xy^2) \div 14x^4y^3$$

$$=[8 \times (-7)] \cdot x^{6+1} \cdot y^{3+2} \div 14x^4y^3$$

$$=(-56 \div 14) \cdot x^7 \cdot y^5 \div 4x^3y^2$$

$$(4)5(2a+b)^4 \div (2a+b)^2$$

$$=(5 \div 1)(2a+b)^{4-2}$$

$$=5(2a+b)^2.$$

【示范题2】

$$3. 84 \times 10^5 \div (8 \times 10^2)$$

$$=0.48 \times 10^3$$

$$=4.8 \times 10^2 (\text{小时})$$

答: 大约需要 4.8×10^2 小时

课堂达标 · 练基础

题组一

1. B 2. C 3. D 4. $3a$

5. $-27xyz$

6. **解析** (1) $54x^3 \div 9x = (54 \div 9)(x^3 \div x)$

$$=6x^3 \div 6x^2.$$

$$(2) -21x^5y^4 \div 7x^3y^2$$

$$=(-21 \div 7)(x^5 \div x^3)(y^4 \div y^2)$$

$$=-3x^{5-3}y^{4-2} = -3x^2y^2.$$

$$(3) 14m^2n^3 \div (-2n^3)$$

$$=[14 \div (-2)]m^2(n^3 \div n^3) = -7m^2.$$

$$(4) -12(x-y)^3 \div 4(y-x)$$

$$=-12(x-y)^3 \div [-4(x-y)]$$

$$=[(-12) \div (-4)] [(x-y)^3 \div (x-y)]$$

$$=3(x-y)^2.$$

题组二 1. B 2. C 3. D 4. $4a^3$

5. C A C

6. **解析** 该市居民每平用电量为 $2.75 \times 10^3 \times 10^5 = 2.75 \times 10^8$,

$$(5.5 \times 10^9) \div (2.75 \times 10^8) =$$

$$(5.5 \div 2.75) \times 10^{9-8} = 2 \times 10 = 20 (\text{年}).$$

答: 三峡工程该年所发的电能供该市居民使用20年.

7. **解析** (1) 原式 $= (-x)^{5-2} \cdot x^2 = -x^3 \cdot x^2 = -x^5$.

$$(2) \text{原式} = (a^6 \times a^6) \div a^6 = a^6.$$

鉴前启后

(1) ②

$$(2) 4a^7b^5c^3 \div (-16a^3b^2c) \div (-\frac{1}{8}a^4b^3c^2)$$

$$= -\frac{1}{4}a^7b^5c^2 \div (-\frac{1}{8}a^4b^3c^2)$$

$$= 2c^2 \times c^2$$

$$= 2c^4.$$

2. 多项式除以单项式

自主学习 · 探新知

一、1. $(-2b) \quad (-2b) \quad 9a^2-5b$

2. $abc \div a + ab \div a + ac \div a \quad bc + b + c$

二、1. 每一项 单项式 相加

2. $ma \div m + mb \div m + mc \div m \quad a+b+c$

小快练

1. $\sqrt{2} \times 3 \times 4 \times$

题型示范 · 知规律

【示范题1】【自主解答】

$$(1) (28a^3 - 14a^2 + 7a) \div 7a$$

$$= 28a^3 \div 7a - 14a^2 \div 7a + 7a \div 7a$$

$$= 4a^2 - 2a + 1.$$

$$(2) (36x^4y^3 - 24x^3y^2 + 3x^2y) \div (-6x^2y)$$

$$= 36x^4y^3 \div (-6x^2y) - 24x^3y^2 \div$$

$$(-6x^2y) + 3x^2y \div (-6x^2y)$$

$$= -6x^2y^2 + 4xy - \frac{1}{2}.$$

【示范题2】【自主解答】

$$\text{原式} = (x^2 - 2xy + y^2 + 4xy - y^2 - 8x) \div 2x$$

$$= (x^2 + 2xy - 8x) \div 2x = \frac{1}{2}x + y - 4.$$

$$\text{当 } x=8, y=2013 \text{ 时, 原式} = \frac{1}{2}$$

$$\times 8 + 2013 - 4 = 2013.$$

课堂达标 · 练基础

题组一

1. D 2. C 3. C 4. $-\frac{1}{2}x + 3y - \frac{1}{6}$

5. $\frac{1}{2}x^2 - y$

6. **解析** (1) $(9x^3y^2 - 6x^2y + 3xy^2) \div$

$$(-3xy) = 9x^3y^2 \div (-3xy) - 6x^2y \div$$

$$(-3xy) + 3xy^2 \div (-3xy)$$

$$= -3x^2y + 2x - y.$$

$$(2) (54x^2y - 108xy^2 - 36xy) \div 18xy$$

$$= 54x^2y \div 18xy - 108xy^2 \div 18xy - 36xy \div$$

$$18xy$$

$$= 3x - 6y - 2.$$

题组二 1. B 2. A 3. $2x^3 + x^2 + 2x$

4. $-x + 1$

5. **解析** (1) $(12a^3b^2 - 4a^2b^3) \div (-2ab)^2$

$$= (12a^3b^2 - 4a^2b^3) \div 4a^2b^2 = 3a - b.$$

$$(2) [(2a-b)^2 - b(4a+b) - 8ab] \div 2a$$

$$= (4a^2 - 4ab + b^2 - 4ab - b^2 - 8ab) \div 2a$$

$$= (4a^2 - 16ab) \div 2a = 2a - 8b.$$

6. **解析** 原式 $= b^2 - 2ab + 4a^2 - b^2 = -2ab$

$$+ 4a^2,$$

$$\text{当 } a=2, b=1 \text{ 时,}$$

$$\text{原式} = -2 \times 2 \times 1 + 4 \times 2^2 = -4 + 16$$

$$= 12.$$

鉴前启后

(1) ①

$$(2) \text{原式} = (8a^6b^3c^3 - 6a^3b - 16a^2b^4) \div$$

$$2a^2b$$

$$= 8a^6b^3c^3 \div 2a^2b - 6a^3b \div 2a^2b - 16a^2b^4 \div$$

$$2a^2b$$

$$= 4a^4b^2c^3 - 3a - 8b^3.$$

12.5 因式分解

第1课时

自主学习 · 探新知

一、1. $ab+ac \quad a(b+c)$ 2. $mn(3m-2)$

二、几个整式的积 三、一个相同

四、1. 公因式 乘积 2. $m(a+b+c)$

小快练

1. $\sqrt{2} \times 3 \times \sqrt{4} \times$

题型示范 · 知规律

【示范题1】【自主解答】C

【示范题2】【自主解答】

$$(1) 8a^3b^2 + 12ab^3c$$

$$= 4ab^2 \cdot 2a^2 + 4ab^2 \cdot 3bc$$

$$= 4ab^2(2a^2 + 3bc).$$

$$(2) 2a(b+c) - 3(b+c)$$

$$= (b+c)(2a-3).$$

$$(3) 3x^2 - 6xy + x = x \cdot 3x - x \cdot 6y + x \cdot 1 =$$

$$x(3x - 6y + 1).$$

$$(4) -4a^3 + 16a^2 - 18a = -(4a^3 - 16a^2$$

$$+ 18a) = -2a(2a^2 - 8a + 9).$$

$$(5) 6(x-2) + x(2-x) = 6(x-2) -$$

$$x(x-2) = (x-2)(6-x).$$

课堂达标 · 练基础

题组一

1. B 2. D 3. B 4. 因式分解

5. $a(a-2b)$ 6. 5

7. **解析** $\because (x-4)(x-3) = x^2 - 3x - 4x + 12$

$$= x^2 - 7x + 12, \therefore k=7.$$

题组二 1. B 2. C 3. C 4. $x(x+y)$

5. $-31 \quad 56$

6. **解析** (1) $2ax^3 + 6a^2x^2 = 2ax^2(x + 3a).$

$$(2) 2a(x-y) - 3b(y-x) = 2a(x-y) +$$

$$3b(x-y) = (x-y)(2a + 3b).$$

7. **解析** (1) $999^2 + 999 = 999(999 + 1)$

$$= 999 \times 1000 = 999000.$$

$$(2) 2017^2 - 2017 \times 2018 = 2017 \times$$

$$(2017 - 2018) = -2017.$$

鉴前启后

(1) 漏掉常数项

$$(2) -9x^3y^2 - 6x^2y^2 + 3xy$$

$$= -3xy(3x^2y + 2xy - 1).$$

第2课时

自主学习 · 探新知

一、1. x^2-9 2. $16x^2-y^2$

$$3. 1+4x+4x^2$$
 4. $9m^2+12mn+4n^2$

二、1. x^2-9 2. $16x^2-y^2$

$$3. 1+4x+4x^2$$

$$4. 9m^2+12mn+4n^2$$

三、2. $a^2-b^2 \quad a^2 \pm 2ab + b^2$

小快练

1. \times 2. $\sqrt{3} \times 4 \times 5 \cdot \sqrt{4}$

题型示范 · 知规律

【示范题1】【自主解答】

$$(1) \text{原式} = (4x)^2 - (3y)^2 = (4x+3y)$$

$$(4x-3y).$$

$$(2) x^2 + 14x + 49 = (x+7)^2.$$

$$(3) a^2(a-b)^3 + b^2(b-a)^3 = a^2(a-b)^3 - b^2(a-b)^3$$

$$= (a-b)^3(a^2-b^2) = (a-b)^3(a-b)(a+b)$$

$$= (a-b)^4(a+b).$$

$$(4) \text{原式} = (x^2+y^2+2xy)(x^2+y^2-2xy)$$



$$=(x+y)^2(x-y)^2.$$

【示范题2】【解题探究】(1) **提示** $a^3b+ab^3=(a^2+b^2)ab$. 已知 $ab=-3$, 所以求代数式 a^3b+ab^3 值的关键是求出 a^2+b^2 的值.

(2) **提示** 由 $a+b=2$ 可得 $(a+b)^2=4$, 则 $a^2+2ab+b^2=4$, 从而可求出 a^2+b^2 的值.

【尝试解答】 $\because a+b=2, \therefore (a+b)^2=4, \therefore a^2+2ab+b^2=4,$
又 $\because ab=-3, \therefore a^2+b^2=10,$
 $\therefore a^3b+ab^3=(a^2+b^2)ab=-30.$

课堂达标·练基础

题组一

1. D 2. B 3. C 4. $(x+3y)(x-3y)$

5. $a(a+2b)(a-2b)$

6. $3(a-2b)^2$

7. **解析** (1) $-12xy+x^2+36y^2=(x-6y)^2.$

(2) $16x^2y^2z^2-9=(4xyz+3)(4xyz-3).$

(3) $(x^2+9y^2)^2-36x^2y^2=(x^2+9y^2+6xy)$

$(x^2+9y^2-6xy)=(x+3y)^2(x-3y)^2.$

(4) $(x^2-1)^2-6(x^2-1)+9$

$= (x^2-1-3)^2 = (x^2-4)^2 = (x+2)^2(x-2)^2.$

(5) $mx^2-8mx+16m=m(x^2-8x+16)$

$=m(x-4)^2.$

题组二 1. C 2. A 3. C 4. 2

5. 4037

6. **解析** $(x+2)(y+2)=5, x+y=2,$

$\therefore xy+2(x+y)+4=5, \therefore xy=-3,$

$\therefore x^2+xy+y^2=(x+y)^2-xy$

$=4-(-3)=7.$

7. **解析** 边长为 a 的正方形的面积是 a^2 , 边长为 b 的4个小正方形的面积是 $4b^2$, 所以剩余部分的面积 $S=a^2-4b^2=(a+2b)(a-2b).$

当 $a=18\text{dm}, b=6\text{dm}$ 时, $S=(18+2 \times 6)$

$(18-2 \times 6)=180(\text{dm}^2).$

答: 剩余部分的面积为 $180\text{dm}^2.$

【鉴前启后】

(1) ③

(2) $(x+2)(x+4)+x^2-4$

$= (x+2)(x+4)+(x+2)(x-2)$

$= (x+2)(2x+2)$

$= 2(x+2)(x+1).$

章末复习课

知识构架·建体系

① $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ (m, n 为正整数);

② $(a^m)^n = a^{mn}$ (m, n 为正整数);

③ $(ab)^n = a^n b^n$ (n 为正整数);

④ $a^m \div a^n = a^{m-n}$ ($m > n, m, n$ 为正整数, $a \neq 0$);

⑤ $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$;

⑥ $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$;

⑦ $ma+mb+mc = m(a+b+c)$;

⑧ $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$;

⑨ $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2.$

考点突破·明方法

【考点一】

【示范题】【自主解答】C

【对点训练】

1. D 2. B 3. D 4. B 5. a^2 6. $4a^3$

【考点二】

【示范题】【自主解答】原式 $= a^2 + 4a + 4 + 1$

$- a^2 = 4a + 5.$ 当 $a = -\frac{3}{4}$ 时,

原式 $= 4 \times (-\frac{3}{4}) + 5 = 2.$

【对点训练】

1. C 2. D 3. C 4. 3 5. $2a^3$

6. **解析** $(a+3)^2 + a(4-a) = a^2 + 6a + 9 + 4a$

$- a^2 = 10a + 9.$

7. **解析** $(a+2)(a-2) + 2(a^2+3) = a^2 - 4 +$

$2a^2 + 6 = 3a^2 + 2,$ 当 $a = \frac{1}{3}$ 时, 原式 $= 3 \times$

$(\frac{1}{3})^2 + 2 = \frac{7}{3}.$

【考点三】

【示范题】【自主解答】(1) 原式 $= x^2 y^2$

$(y^2 - x^2) = x^2 y^2 (y+x)(y-x).$

(2) 原式 $= x^2 - 4x + 4 = (x-2)^2.$

答案 (1) $x^2 y^2 (y+x)(y-x)$

(2) $(x-2)^2$

【对点训练】

1. C 2. A 3. B 4. $(a+3)(a-3)$

5. $2(x+3)(x-3)$ 6. 0

单元评价检测(二)

1. D 2. D 3. D 4. C 5. B 6. A

7. D 8. $3ma$ 9. -1 或 4

10. $a(m+2n)(m-2n)$

11. $\frac{1}{2}$ 12. 0

13. **解析** (1) $25m^2 - 4n^2 = (5m+2n)(5m-2n).$

(2) $-x^2 - 4y^2 + 4xy = -(x^2 - 4xy + 4y^2) = -(x-2y)^2.$

(3) $m^4 - 81n^4 = (m^2 + 9n^2)(m^2 - 9n^2)$

$= (m^2 + 9n^2)(m+3n)(m-3n).$

(4) $x^2(y^2-1) + 2x(y^2-1) + (y^2-1)$

$= (y^2-1)(x^2+2x+1)$

$= (y^2-1)(x+1)^2$

$= (y+1)(y-1)(x+1)^2.$

14. **解析** (1) 原式 $= m^2 + 2mn + n^2 + m^2 -$

$3mn + mn - 3n^2 - 4m^2 + n^2$

$= -2m^2 - n^2,$

当 $m = \sqrt{2}, n = 1$ 时, 原式 $= -2 \times 2 - 1 = -4 - 1 = -5.$

(2) 原式 $= x^2 - y^2 - 2x^2 + 4y^2 = -x^2 + 3y^2,$

当 $x = -1, y = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 时, 原式 $= -1 + 1 = 0.$

15. **解析** 原式 $= 2(m^2 - m + m^2 + m)$

$(m^2 - m - m^2 - m) = -2 \times 2m \times 2m^2 =$

$-8m^3.$ 观察 $-8m^3$, 则原式表示一个能被8整除的数, 或原式 $= (-2m)^3,$

则表示一个偶数的立方.

16. **解析** $m^3 - 2mn + n^3$

$= m(n+2) - 2mn + n(m+2) = 2(m+n).$

$\therefore m^2 - n^2 = (n+2) - (m+2) = n - m,$

又 $\therefore m^2 - n^2 = (m+n)(m-n),$

$\therefore (m+n)(m-n) = n - m.$

$\therefore m \neq n, \therefore m+n = -1.$

故 $m^3 - 2mn + n^3 = 2 \times (-1) = -2.$

期中综合检测

1. C 2. B 3. D 4. D 5. B 6. C

7. A 8. D 9. $x \geq -1$ 10. 2

11. 20 12. $a(b+1)(b-1)$ 13. 1

14. 42

15. **解析** (1) 原式 $= 3 - 4 + 1 = 0.$

(2) 方法一: 原式 $= (a^2 + 6a + 9) - (a^2 - 6a + 9) = a^2 + 6a + 9 - a^2 + 6a - 9 = 12a.$

方法二: 原式 $= [(a+3) + (a-3)]$

$[(a+3) - (a-3)] = (a+3+a-3)(a+3-a+3) = 2a \times 6 = 12a.$

(3) $(a+2)(a-2) + 4(a+1) - 4a$

$= a^2 - 4 + 4a + 4 - 4a = a^2.$

当 $a = \sqrt{2} - 1$ 时, 原式 $= (\sqrt{2} - 1)^2$

$= 2 - 2\sqrt{2} + 1 = 3 - 2\sqrt{2}.$

16. **解析** 根据题意可得, $a = \sqrt{4b+1} + \sqrt{-4b-1} + 4,$ 即 $\sqrt{4b+1}$ 与 $\sqrt{-4b-1}$ 有意义,

$\therefore 4b+1 \geq 0, -4b-1 \geq 0,$

解得 $b = -\frac{1}{4}, a = 4,$

$\therefore \sqrt{b^a} = \sqrt{(-\frac{1}{4})^4} = (\frac{1}{4})^2 = \frac{1}{16}.$

17. **解析** \because 从数轴上可以看出 $a < 0, 0 < b < c, |b| < |c|,$

$\therefore a - b < 0, 2a - c < 0, -b + c > 0,$

$\therefore |a-b| - |2a-c| + |-b+c| = (b-a) - (c-2a) + (-b+c) = b-a-c+2a-b+c = a.$

18. **解析** $\because 36^7 - 6^{12} = 36^7 - 36^6$

$= 36^6 \times (36-1) = (4 \times 9)^6 \times 35$

$= 4^6 \times 9^6 \times 35 = (4 \times 35) \times 4^5 \times 9^6 =$

$140 \times 4^5 \times 9^6.$

$\therefore 36^7 - 6^{12}$ 能被 140 整除.

19. **解析** (1) $\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$

(2) $\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = \frac{n+1}{n(n+1)} - \frac{n}{n(n+1)}$

$= \frac{n+1-n}{n(n+1)} = \frac{1}{n(n+1)}.$

(3) $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots +$

$\frac{1}{2009 \times 2010} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} -$

$\frac{1}{4} + \dots - \frac{1}{2009} + \frac{1}{2010} = 1 - \frac{1}{2010} =$

$\frac{2009}{2010}.$



第13章 全等三角形

13.1 命题、定理与证明

自主学习·探新知

一、1. 判断 2. 条件 结论 如果那么 3. 一定成立 不成立

二、1. 基本事实 真命题 逻辑推理 2. 真假

三、条件 定义 定理 演绎推理

小题快练

1. × 2. × 3. × 4. × 5. √
6. √

题型示范·知规律

【示范题1】【自主解答】(1)是命题. 条件是: 两条直线被第三条直线所截.

结论是: 内错角相等.

(2)是命题. 条件是: 两个角是对顶角.

结论是: 这两个角相等.

(3)不是判断一件事情的语句, 所以不是命题.

【示范题2】【自主解答】(1)真命题.

(2)假命题. 反例为 $a=2, b=0$ (所举反例不唯一).

(3)真命题.

(4)假命题. 反例为两个角都是 90° .

【示范题3】【解题探究】

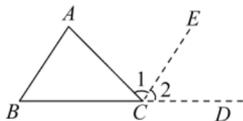
(1) **提示** 条件: $\angle A, \angle B, \angle C$ 是 $\triangle ABC$ 的三个内角; 结论: $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$.

(2) **提示** 先根据题意画出图形, 写出已知、求证, 然后作射线 BD , 过 C 点作 $CE \parallel AB$, 利用平行线的性质把三角形三个角转化到一个平角的位置, 然后根据平角的定义可判断三角形的内角和为 180° .

【尝试解答】 已知: $\angle A, \angle B, \angle C$ 为 $\triangle ABC$ 的三个内角,

求证: $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$.

证明: 作射线 BD , 过 C 点作 $CE \parallel AB$, 如图,



$\because CE \parallel AB, \therefore \angle 1 = \angle A, \angle 2 = \angle B$, 而 $\angle ACB + \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$, 即 $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$. 所以命题“三角形的内角和为 180° ”是真命题.

课堂达标·练基础

题组一

1. B 2. C

3. 如果一个数与 -1 相乘, 那么可以得到这个数的相反数 (答案不唯

一)

4. **解析** (1)“若 $a > 0, b > 0$, 则 $ab > 0$ ”的条件是 $a > 0, b > 0$, 结论是 $ab > 0$.

(2)“同角的补角相等”的条件是两个角是同角的补角, 结论是它们相等.

题组二 1. B 2. 若①②, 则④ (答案不唯一)

3. 两锐角分别是 $50^\circ, 60^\circ$, 这两个锐角的和是 110° , 不是锐角 (答案不唯一)

4. **解析** (1)两个直角互补, 所以, 互补的两个角一定是一个锐角, 一个钝角是假命题.

(2) $-1 - (-2) = 1$, 所以, 两个负数的差一定是负数是假命题.

(3)两直线不是平行线, 则被第三条直线所截得到的同位角不相等, 所以, 两直线被第三条直线所截, 同位角相等是假命题.

(4) $-1 + 2 = 1$, 所以, 一正一负两个数的和为 0 是假命题.

题组三

1. A 2. C

3. **解析** 若小红说的是对的, 那么小强、小华就是错的, 那么小红与小华的话相矛盾; 若小华说的是对的, 那么小强、小强就是错的, 那么三人之话也相矛盾; 所以小强所说的是对的. 分析得出是小华做的. 所以教室是小华打扫的.

4. **证明** $\because CF$ 平分 $\angle DCE$,

$$\therefore \angle 1 = \angle 2 = \frac{1}{2} \angle DCE,$$

$$\because \angle DCE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 = 45^\circ.$$

$$\therefore \angle 3 = 45^\circ,$$

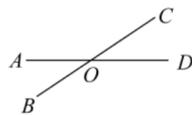
$$\therefore \angle 1 = \angle 3,$$

$$\therefore AB \parallel CF.$$

【鉴前后后】

(1)①

(2)如图



已知: $\angle AOC$ 和 $\angle BOD$ 是 $\angle AOB$ 的补角.

求证: $\angle AOC = \angle BOD$.

13.2 三角形全等的判定

1. 全等三角形

2. 全等三角形的判定条件

3. 边角边

自主学习·探新知

一、1. 完全重合

2. (1)重合 (2)重合 (3)重合

3. (1)相等 (2)相等

二、1. 三个

2. 三边 三角 两边一角 两角一边

三、全等

小题快练

1. √ 2. √ 3. × 4. √ 5. √

题型示范·知规律

【示范题1】【解题探究】(1) **提示** 在全等三角形中, 对应边所对的角是对应角.

(2) **提示** 在全等三角形中, 对应角所对的边是对应边.

【尝试解答】 在 $\triangle ABN$ 和 $\triangle ACM$ 中,

$\angle B$ 和 $\angle C$ 所对的边分别是 AN 和 AM , AB 与 AC 所对的角分别是 $\angle ANB$ 和 $\angle AMC$, $\therefore \angle ANB$ 和 $\angle AMC$ 是对应角; AN 和 AM 是对应边; $\therefore \angle BAN$ 和 $\angle CAM$ 也是对应角, BN 和 CM 也是对应边.

【示范题2】【自主解答】 由 $BF = CE$ 和 $\angle ABC = \angle DEF$ 不能证明 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$; 可添加条件① $AB = DE$. 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中, $\because BF = CE$, $\therefore BF + BE = CE + BE$, 即 $EF = CB$. $\therefore \angle ABC = \angle DEF, AB = DE$, $\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$ (S. A. S.).

课堂达标·练基础

题组一

1. C 2. A 3. A 4. 20 5. 5

6. **解析** AC 与 EA, BC 与 DA 是对应边; $\angle ABC$ 与 $\angle EDA, \angle ACB$ 与 $\angle EAD$ 是对应角.

题组二

1. B 2. B 3. $AC = DC$ (答案不唯一)

4. **解析** (1) $\because \angle ABC = 90^\circ, D$ 为 AB 延长线上一点,

$$\therefore \angle ABE = \angle CBD = 90^\circ.$$

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle CBD$ 中,

$$\because AB = CB, \angle ABE = \angle CBD, BE = BD,$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CBD$$
 (S. A. S.).

(2) $\because AB = CB, \angle ABC = 90^\circ$,

$$\therefore \angle CAB = 45^\circ.$$

$$\text{又} \because \angle CAE = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle BAE = 15^\circ.$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CBD,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle BCD = 15^\circ,$$

$$\therefore \angle BDC = 90^\circ - \angle BCD = 90^\circ - 15^\circ$$

$$= 75^\circ.$$

5. **证明** $\because AB$ 是 $\angle DAC$ 的平分线,



$\therefore \angle DAB = \angle CAB$. 又 $\because AD = AC, AB = AB, \therefore \triangle ABD \cong \triangle ABC$ (S.A.S.).
 $\therefore BD = BC$.
【鉴前启后】
 (1) ①
 (2) $\because AB = AC, BE = CF, \therefore AE = AF$.
 $\therefore AD$ 平分 $\angle BAC, \therefore \angle BAD = \angle CAD$.
 又 $\because AD = AD, \therefore \triangle AED \cong \triangle AFD$,
 $\therefore \angle ADE = \angle ADF$.

4. 角边角

自主学习·探新知

- 一、1. 两角夹边 A.S.A.
 二、1. 两角对边 A.A.S.

【小题快练】

1. \times 2. \times 3. \times 4. \times

题型示范·知规律

【示范题 1】【自主解答】 $\because \angle BCE = \angle DCA, \therefore \angle BCE + \angle ACE = \angle DCA + \angle ACE$, 即 $\angle ACB = \angle ECD$. 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle EDC$ 中,
 $\because \angle ACB = \angle ECD, EC = AC, \angle A = \angle E$,
 $\therefore \triangle ABC \cong \triangle EDC$ (A.S.A.),
 $\therefore BC = DC$.

【示范题 2】【自主解答】(1) $\because AB = AD, \angle A = \angle A, \therefore$ 若利用“A.S.A.”, 可以添加 $\angle C = \angle E$; 若利用“A.S.A.”, 可以添加 $\angle ABC = \angle ADE$, 或 $\angle EBC = \angle CDE$.

答案 $\angle C = \angle E$ (答案不唯一)

(2) 选 $\angle C = \angle E$ 为条件. 理由如下: 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 中, $\angle A = \angle A, \angle C = \angle E, AB = AD$,
 $\therefore \triangle ABC \cong \triangle ADE$ (A. A. S.).

课堂达标·练基础

题组一

1. B 2. A 3. $\angle B = \angle F$

4. **证明** $\because AB \parallel DE, \therefore \angle B = \angle DEF$.
 $\because BE = CF, \therefore BC = BE + EC = CF + EC = EF$.

又 $\because \angle ACB = \angle F$,
 $\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$ (A. S. A.).

5. **解析** 由做法知: 在 $\text{Rt} \triangle ABC$ 和 $\text{Rt} \triangle EDC$ 中, $\angle ABC = \angle EDC = 90^\circ, BC = DC, \angle ACB = \angle ECD$,
 $\therefore \triangle ABC \cong \triangle EDC$ (A. S. A.),
 $\therefore AB = ED$, 即他们的做法是正确的.

6. **证明** $\because \angle 1 = \angle 2$,
 $\therefore \angle 1 + \angle BAD = \angle 2 + \angle BAD$, 即 $\angle BAC = \angle EAD$,
 在 $\triangle BAC$ 与 $\triangle EAD$ 中, $\because \angle B = \angle E, AB = AE, \angle BAC = \angle EAD$,
 $\therefore \triangle BAC \cong \triangle EAD$ (A. S. A.).
 $\therefore BC = ED$.

题组二

1. B 2. $\angle A = \angle D$ (答案不唯一)

3. 6

4. **证明** $\because \angle 1 = \angle 2$,

$\angle 1 + \angle ABC = \angle 2 + \angle ADC$,

$\therefore \angle ABC = \angle ADC$.

又 $\because AC$ 平分 $\angle BAD$,

$\therefore \angle BAC = \angle DAC$,

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADC$ 中,

$\because \angle ABC = \angle ADC$,

$\angle BAC = \angle DAC, AC = AC$,

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle ADC$ (A. A. S.).

$\therefore AB = AD$.

5. **证明** $\because \angle 1 = \angle 2, \therefore \angle 1 + \angle EAC = \angle 2 + \angle EAC$, 即 $\angle BAC = \angle EAD$.

\because 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle AED$ 中, $\angle C = \angle D$,

$\angle BAC = \angle EAD, AB = AE$,

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle AED$ (A. A. S.).

【鉴前启后】

(1) ②

(2) $\because AE \parallel CF, \therefore \angle AEF = \angle CFB$.

$\because BE = DF, \therefore BE + EF = DF + EF$,

即 $BF = DE$. 又 $\because AE = CF$,

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle CBF$ (S. A. S.).

5. 边边边

题型示范·知规律

一、全等 S.S.S. 边边边

二、1. S.A.S., A.S.A., A.A.S. 和 S.S.S.

2. 基本变换 重合

【小题快练】

1. \checkmark 2. \checkmark 3. \checkmark 4. \checkmark

题型示范·知规律

【示范题 1】【自主解答】(1) $AC = ED$ (答案不唯一)

(2) 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle EFD$ 中,

$\because BC = FD, AB = EF, AC = ED$,

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle EFD$ (S. S. S.).

【示范题 2】【自主解答】此时轮船没有偏离航线. 理由: 设 P 点为轮船位置, 由题意知: $OA = OB, OP = OP, PA = PB$,

$\therefore \triangle OAP \cong \triangle OBP$ (S. S. S.).

$\therefore \angle AOP = \angle BOP. \therefore$ 此时轮船没有偏离航线.

课堂达标·练基础

题组一

1. A 2. C 3. 76°

4. **证明** $\because BG = CE$,
 $\therefore BG + GE = CE + GE$, 即 $BE = CG$.

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle DCG$ 中,

$\because AB = DC, AE = DG, BE = CG$,

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle DCG$ (S.S.S.).

$\therefore \angle B = \angle C$.

5. **证明** $\because C$ 是 AB 的中点, $\therefore AC = BC$.

在 $\triangle ACD$ 和 $\triangle BCE$ 中, $\because AD = BE$,

$CD = CE, AC = BC$,

$\therefore \triangle ACD \cong \triangle BCE$ (S. S. S.),

$\therefore \angle A = \angle B$ (全等三角形对应角相等).

题组二

1. C 2. A

3. **解析** 结论: 小明说得对. 理由:

$\because EH = FH, ED = FD, DH = DH$,

$\therefore \triangle EDH \cong \triangle FDH$ (S. S. S.).

$\therefore \angle EDH = \angle FDH$. 即 DH 平分 $\angle EDF$.

4. **解析** 雨伞开闭过程中二者关系始终是: $\angle BAD = \angle CAD$.

理由如下: 因为 $AB = AC, AE = \frac{1}{3} AB$,

$AF = \frac{1}{3} AC$, 所以 $AE = AF$. 在 $\triangle AOE$

与 $\triangle AOF$ 中, 因为 $AE = AF, AO = AO, OE = OF$, 所以 $\triangle AOE \cong \triangle AOF$ (S. S. S.), 所以 $\angle BAD = \angle CAD$.

【鉴前启后】

(1) ④

(2) 在 $\triangle AOC$ 和 $\triangle DOB$ 中, $OA = OD, OC = OB, AC = DB$,

$\therefore \triangle AOC \cong \triangle DOB$ (S. S. S.),

$\therefore \angle B = \angle C = 50^\circ$.

6. 斜边直角边

自主学习·探新知

一、1. 斜边 一条直角边 H.L.

2. A'B' B'C'

二、(1) S.S.S. (2) S.A.S.

(3) A.S.A. (4) A.A.S.

(5) H.L.

【小题快练】

1. \times 2. \checkmark 3. \checkmark 4. \times

题型示范·知规律

【示范题 1】【提示】 $\because AD$ 是 $\angle BAC$ 的平分线, $\therefore \angle BAD = \angle DAF, \angle B = \angle DFA$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle AFD$ (A. A. S.)

$\therefore BD = DF, DE = DC$

$\therefore \text{Rt} \triangle BDE \cong \text{Rt} \triangle FDC$ (H. L.)

$\therefore BE = FC$

【示范题 2】【自主解答】 $\because D$ 是 BC 的中点, $\therefore BD = CD, \because DE \perp AB, DF \perp AC, \therefore \triangle BED$ 和 $\triangle CFD$ 都是直角三角形, 在 $\text{Rt} \triangle BED$ 和 $\text{Rt} \triangle CFD$

中, $BD = CD, BE = CF$,

$\therefore \text{Rt} \triangle BED \cong \text{Rt} \triangle CFD$ (H. L.),

$\therefore \angle B = \angle C$.

课堂达标·练基础

题组一

1. C 2. 12cm 3. $ABE DCF$

4. **证明** $\because AD \perp BE, \therefore \triangle ABC$ 和 $\triangle DEC$ 为直角三角形.

$\because C$ 为 BE 的中点, $\therefore BC = EC$.

在 $\text{Rt} \triangle ABC$ 和 $\text{Rt} \triangle DEC$ 中, $AB = DE, BC = EC$,

$\therefore \text{Rt} \triangle ABC \cong \text{Rt} \triangle DEC$ (H. L.),

$\therefore \angle B = \angle E, \therefore AB \parallel DE$.

5. **证明** $\because AD$ 平分 $\angle CAB$,

$\therefore \angle CAD = \angle EAD$.

$\because DE \perp AB, \angle C = 90^\circ$,

$\therefore \angle ACD = \angle AED = 90^\circ$.

又 $\because AD = AD$,

$\therefore \triangle ACD \cong \triangle AED$ (A. A. S.).

题组二

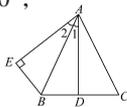
1. A 2. $EA = EC$ (答案不唯一)



3. 5

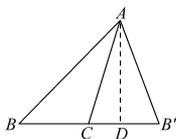
4. 证明 $\because DF \perp AC, DE \perp AB,$
 $\therefore \angle BED = \angle CFD = 90^\circ.$
 $\therefore D$ 是 BC 的中点, $\therefore BD = CD.$
 在 $\triangle BDE$ 和 $\triangle CDF$ 中, $\angle B = \angle C,$
 $\angle BED = \angle CFD, BD = CD,$
 $\therefore \triangle BDE \cong \triangle CDF, \therefore DE = DF.$
 在 $Rt\triangle AED$ 和 $Rt\triangle AFD$ 中, $AD = AD,$
 $DE = DF,$
 $\therefore Rt\triangle AED \cong Rt\triangle AFD,$
 $\therefore \angle BAD = \angle CAD,$ 即 AD 平分 $\angle BAC.$

5. 证明 $\because AB = AC, BD = CD, AD = AD$
 $\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACD$ (S. S. S.)
 $\therefore \angle ADB = \angle ADC$
 $\therefore \angle ADB + \angle ADC = 180^\circ,$
 $\therefore \angle ADB = 90^\circ$
 即 $AD \perp BC$
 $\therefore \angle E = \angle ADB = 90^\circ$
 $\therefore AB$ 平分 $\angle DAE$
 $\therefore \angle 1 = \angle 2$
 在 $\triangle ADB$ 和 $\triangle AEB$ 中, $\angle E = \angle ADB,$
 $\angle 1 = \angle 2, AB = AB,$
 $\therefore \triangle ADB \cong \triangle AEB$ (A. A. S.),
 $\therefore AD = AE.$



鉴前启后

(1) ①
 (2) 如图, 在 $\triangle ABC, \triangle AB'C$ 中,
 $AC = AC, BC = B'C,$ 高 $AD = AD,$ 但
 $\triangle ABC$ 和 $\triangle AB'C$ 不全等.



13.3 等腰三角形

1. 等腰三角形的性质

自主学习·探新知

一、1. 轴对称 顶角平分线所在的直线
 2. 高 中线 平分线 3. 相等
 二、1. 60° 2. 三 平分线

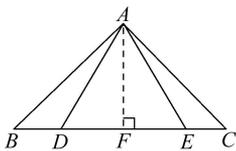
小练习

1. \checkmark 2. \checkmark 3. \times 4. \checkmark

题型示范·知规律

【示范题 1】【自主解答】作 $AF \perp BC$
 于 $F,$

$\because AB = AC$ (已知), $\therefore BF = CF$ (三线合一),
 又 $\because AD = AE$ (已知),
 $\therefore DF = EF$ (三线合一), $\therefore BF - DF = CF - EF,$
 即 $BD = CE$ (等式的性质).



【示范题 2】【自主解答】 $\because \triangle ABC$ 为等

边三角形, BD 是 AC 边的中线,
 $\therefore BD \perp AC, BD$ 平分 $\angle ABC, \angle DBE = \frac{1}{2} \angle ABC = 30^\circ.$
 $\therefore CD = CE, \therefore \angle CDE = \angle E.$
 $\because \angle ACB = 60^\circ,$ 且 $\angle ACB$ 为 $\triangle CDE$
 的外角, $\therefore \angle CDE + \angle E = 60^\circ. \therefore \angle CDE = \angle E = 30^\circ,$
 $\therefore \angle DBE = \angle E = 30^\circ, \therefore BD = DE.$

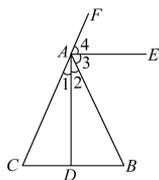
题组一

1. D 2. C 3. $30^\circ, 30^\circ$

4. 解析 $\because AB = BC, \therefore \angle A = \angle ACB = 20^\circ,$
 $\therefore \angle CBD = \angle A + \angle ACB = 20^\circ + 20^\circ = 40^\circ. \therefore BC = CD,$
 $\therefore \angle CBD = \angle CDB = 40^\circ,$
 $\therefore \angle DCE = \angle A + \angle CDB = 20^\circ + 40^\circ = 60^\circ,$
 $\therefore EC = ED,$
 $\therefore \angle DCE = \angle CDE = 60^\circ,$
 $\therefore \angle DEC = 180^\circ - \angle DCE - \angle CDE = 60^\circ,$
 $\therefore \angle EDF = \angle A + \angle DEC = 20^\circ + 60^\circ = 80^\circ,$
 $\therefore ED = EF,$
 $\therefore \angle EDF = \angle EFD = 80^\circ,$
 $\therefore \angle FEM = \angle A + \angle EFD = 20^\circ + 80^\circ = 100^\circ.$

5. 解析 $AE \perp AD,$ 理由如下:

$\because AB = AC, CD = BD,$
 $\therefore \angle 1 = \angle 2,$
 $\angle B = \angle C, AD \perp BC,$
 又 $\because AE$ 是 $\triangle ABC$
 的外角平分线,
 $\therefore \angle 3 = \angle 4 = \frac{1}{2}$



$(\angle B + \angle C) = \angle C,$
 $\therefore AE \parallel BC, \angle DAE + \angle ADB = 180^\circ,$
 又 $\because AD \perp BC,$
 $\therefore \angle DAE = \angle ADB = 90^\circ.$
 $\therefore AE \perp AD.$

题组二 1. B 2. A 3. 120°

4. 证明 $\because \triangle ABD$ 和 $\triangle DCE$ 都是等边
 三角形,
 $\therefore \angle ADB = \angle CDE = 60^\circ,$
 $AD = BD, CD = DE.$
 $\therefore \angle ADB + \angle BDC = \angle BDC + \angle FDE,$
 即 $\angle ADC = \angle BDE.$
 $\therefore \triangle ADC \cong \triangle BDE. \therefore AC = BE.$

鉴前启后

(1) 漏掉了三角形为钝角三角形的情况.

(2) 由题意知 $BD \perp AC, \angle ABD = 30^\circ.$ 当高在三角形内部时 (如图 1), $\angle A = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ,$ 即顶角为 $60^\circ;$ 当高在三角形外部时 (如图 2), $\angle BAD = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ,$ 则 $\angle BAC = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ,$ 即顶角是 $120^\circ.$ 综上所述, 顶角为 60° 或 $120^\circ.$

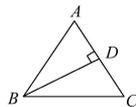


图1

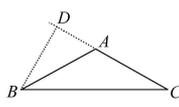


图2

2. 等腰三角形的判定

自主学习·探新知

一、两个角

二、1. 相等 2. 等腰三角形

小练习

1. \checkmark 2. \times 3. \checkmark 4. \checkmark

题型示范·知规律

【示范题 1】【自主解答】

(1) $\because \angle A = 60^\circ,$
 $\therefore \angle ABC + \angle ACB = 120^\circ,$
 $\therefore BO, CO$ 分别是 $\angle ABC$ 与 $\angle ACB$
 的平分线,
 $\therefore \angle OBC + \angle OCB = 60^\circ,$
 $\therefore \angle BOC = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ.$

(2) $\triangle BOE, \triangle COF$ 是等腰三角形.

证明 $\because EF \parallel BC, \therefore \angle EOB = \angle OBC = \angle ABO,$

$\therefore \triangle BOE$ 为等腰三角形, 同理,
 $\triangle COF$ 也是等腰三角形.

【示范题 2】【自主解答】 $\triangle ABC$ 是
 等边三角形. 理由如下:

$\because CE = CD, \therefore \angle D = \angle DEC,$
 $\therefore \angle ECB = \angle D + \angle DEC = 2 \angle D.$
 $\therefore BE = DE,$
 $\therefore \angle EBC = \angle D. \therefore \angle ECB = 2 \angle EBC.$
 又 $\because BE \perp CE, \therefore \angle ECB = 60^\circ.$
 又 $\because AE = CE, BE \perp CE, \therefore AB = BC.$
 $\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形.

课堂达标·练基础

题组一

1. C 2. B

3. 证明 $\because AD \parallel BC,$
 $\therefore \angle ADB = \angle DBC,$
 又 $\because BD$ 平分 $\angle ABC,$
 $\therefore \angle ABD = \angle DBC,$
 $\therefore \angle ADB = \angle ABD,$
 $\therefore AB = AD$ (等角对等边).

4. 证明 $\because BD, CE$ 是 $\triangle ABC$ 的高,
 $\therefore \angle CEB = \angle BDC = 90^\circ,$ 在 $Rt\triangle BCE$
 和 $Rt\triangle CBD$ 中, $\because BC = BC, CE = BD,$
 $\therefore Rt\triangle BCE \cong Rt\triangle CBD$ (H. L.),
 $\therefore \angle ABC = \angle ACB, \therefore AB = AC,$
 $\therefore \triangle ABC$ 是等腰三角形.

5. 解析 $\triangle AFC$ 是等腰三角形. 理由如
 下: 在 $\triangle BAD$ 与 $\triangle BCE$ 中,
 $\angle B = \angle B$ (公共角), $\angle BAD = \angle BCE, BD = BE,$
 $\therefore \triangle BAD \cong \triangle BCE$ (A. A. S.),
 $\therefore BA = BC, \therefore \angle BAC = \angle BCA,$
 $\therefore \angle BAC - \angle BAD = \angle BCA - \angle BCE,$
 即 $\angle FAC = \angle FCA.$
 $\therefore AF = CF, \therefore \triangle AFC$ 是等腰三角
 形.

题组二 1. C 2. B 3. 6cm

4. 证明 $\because DC = DB,$
 $\therefore \angle B = \angle DCB = 30^\circ$ (等边对等角),
 $\therefore \angle ADC = \angle DCB + \angle B = 60^\circ.$



又 $\because AD=DC, \therefore \triangle ADC$ 是等边三角形 (有一个角等于 60° 的等腰三角形是等边三角形).

5. 解析 (1) $\because \angle ACB=120^\circ$, CE 平分 $\angle ACB$,

$$\therefore \angle BCE = \frac{1}{2} \angle ABC = 60^\circ.$$

(2) $\triangle ACD$ 是等边三角形, $\therefore \angle BCE=60^\circ, AD \parallel EC$, $\therefore \angle BCE = \angle D = \angle CAD = 60^\circ$, $\therefore \angle ACD = 60^\circ$, $\therefore \triangle ACD$ 是等边三角形.

【鉴别前后】

(1) ①

(2) $\because \angle 1 = \angle 2, \angle 3 = \angle 4, \therefore \angle B = \angle C$,

$\therefore AB=AC$ (等角对等边). 在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACE$ 中, $\angle 1 = \angle 2, AB=AC, \angle B = \angle C$,

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE, \therefore BD=CE$.

13.4 尺规作图

自主学习·探新知

一、没有刻度的直尺

二、(1) $OD=OE$

(2) 大于 $\frac{1}{2}DE$

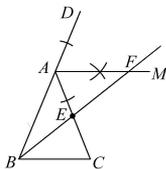
三、 A, B 大于 $\frac{1}{2}AB$ M, N 点 M, N

【小题快练】

1. \times 2. \times 3. \sqrt 4. \times

题型示范·知规律

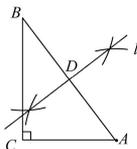
【示范题 1】【自主解答】(1) 如图所示.



(2) $AF \parallel BC$, 且 $AF=BC$, 理由如下:

$\because AB=AC, \therefore \angle ABC = \angle C$, $\therefore \angle DAC = \angle ABC + \angle C = 2\angle C$, 由作图可得 $\angle DAC = 2\angle FAC$, $\therefore \angle C = \angle FAC, \therefore AF \parallel BC$, $\because E$ 为 AC 中点, $\therefore AE=EC$, 在 $\triangle AEF$ 和 $\triangle CEB$ 中, $\angle FAE = \angle C, AE=CE, \angle AEF = \angle BEC$, $\therefore \triangle AEF \cong \triangle CEB$ (A. S. A.), $\therefore AF=BC$.

【示范题 2】【自主解答】如图所示:



课堂达标·练基础

题组一

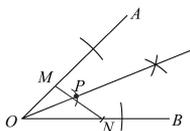
1. B 2. A

3. 解析 ①以 O 为圆心, 适当长为半径画弧, 交 OA 于 M , 交 OB 于 N ;

②分别以 M, N 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}MN$ 的长为半径画弧, 两弧在 $\angle AOB$ 的内部交于点 C ;

③画射线 OC , 射线 OC 即为所求.

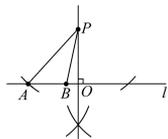
4. 解析 如图所示:



以 O 为圆心, 任意长为半径作弧, 交 $\angle AOB$ 两边于两点, 分别以这两点为圆心, 大于两点的距离的一半为半径作弧交于角内部一点, 以 O 为端点, 作过这一点的射线, 在该射线上截取 $OP=MN$, 点 P 即为所求.

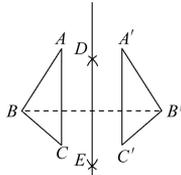
题组二 1.A

2. 解析 (1)(2)



(3) $PO < PB < PA$.

3. 解析 (1) 连结 BB' , 分别以 B, B' 为圆心, 以大于 $\frac{1}{2}BB'$ 的长为半径作弧, 两弧交于 D, E 两点.

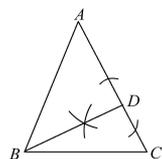


(2) 过 D, E 作直线. 直线 DE 即为所求.

【鉴别前后】

(1) 作的是三角形的高线.

(2) 如图所示:



13.5 逆命题与逆定理

1. 互逆命题与互逆定理

自主学习·探新知

一、结论 结论 逆命题

二、逆定理

【小题快练】

1. \times 2. \times 3. \times 4. \sqrt

课堂达标·练基础

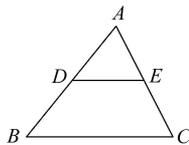
题组 1. A 2. B

3. 如果一个数能被 2 整除, 那么这个数是偶数

4. 解析 命题“如果三角形有一个内角是钝角, 则其余两个内角都是锐角”的条件是如果三角形有一个内角是钝角, 结论是则其余两个内角都是锐角, 所以逆命题是“如果三角形有两个内角都是锐角, 那么第三个内角是钝角”, 是假命题.

答案 如果三角形有两个内角都是锐角, 那么第三个内角是钝角 假

5. 解析 命题“全等三角形的对应角相等”的条件是“全等三角形”, 结论是“对应角相等”, 故其逆命题是“三角分别相等的三角形是全等三角形, 是假命题, 举反例证明: 如图, $DE \parallel BC, \angle ADE = \angle B, \angle AED = \angle C, \angle A = \angle A$, 但 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ABC$ 不全等.



6. 解析 (1) 逆命题: 在一个三角形中, 等边对等角. 真命题.

(2) 逆命题: 内角和等于 360° 的多边形是四边形. 真命题.

【鉴别前后】

(1) ①

(2) 两直线平行, 同旁内角互补; 两直线不平行, 同旁内角不互补. 所以同旁内角互补是假命题

2. 线段垂直平分线

自主学习·探新知

一、1. 相等 2. 相等

二、1. 一点 2. 三个顶点

【小题快练】

1. \sqrt 2. \times 3. \times 4. \times 5. \times 6. \times

题型示范·知规律

【示范题 1】【自主解答】(1) $\because AD \parallel BC$ (已知), $\therefore \angle ADC = \angle ECF$ (两直线平行, 内错角相等), $\because E$ 是 CD 的中点 (已知), $\therefore DE = EC$ (中点的定义).



\because 在 $\triangle ADE$ 与 $\triangle FCE$ 中, $\angle ADC = \angle ECF, DE = EC, \angle AED = \angle CEF,$
 $\therefore \triangle ADE \cong \triangle FCE$ (A. S. A.),
 $\therefore AD = FC$ (全等三角形的性质).
 (2) $\because \triangle ADE \cong \triangle FCE,$
 $\therefore AE = EF$ (全等三角形的对应边相等),
 又 $BE \perp AE, \therefore BE$ 是线段 AF 的垂直平分线, $\therefore AB = BF = BC + CF.$
 $\therefore AD = CF$ (已证),
 $\therefore AB = BC + AD$ (等量代换).

【示范题 2】【自主解答】20°

课堂达标·练基础

题组一

1. A 2. A 3. 50 4. 10

5. 解析

$\because DE$ 是 AB 的垂直平分线,
 $\therefore AD = BD.$
 $\because \triangle BCD$ 的周长为 16cm,
 $\therefore BC + AC = 16\text{cm}.$
 $\because AC = 10\text{cm}, \therefore BC = 6\text{cm}.$
 $\because BC = CD, \therefore CD = 6\text{cm},$
 $\therefore BD = 16 - 2 \times 6 = 4(\text{cm}).$

题组二 1. C 2. C 3. C 4. D

5. 解析 (1) $\because D$ 是 $\triangle ABC$ 的边 BC 的中点,

$\therefore BD = CD.$
 $\because BC \parallel EF, AD \perp EF, \therefore AD \perp BC,$
 $\therefore AD$ 是 BC 的垂直平分线,
 $\therefore AB = AC.$

(2) $\because AO = CO,$
 \therefore 点 O 在 AC 的垂直平分线上.

$\because AD$ 是 BC 的垂直平分线, 点 O 在 AD 上,

\therefore 点 O 是边 BC 和 AC 的垂直平分线的交点.

\because 三角形三条边的垂直平分线相交于一点,

\therefore 点 O 是 $\triangle ABC$ 三边垂直平分线的交点.

鉴前启后

(1) ①

(2) 当 A, B, C 三点在同一条直线上时, 到 A, B, C 三点距离相等的点有 0 个; 当 A, B, C 三点不在同一条直线上时, 到 A, B, C 三点距离相等的点有 1 个. 所以在平面内, 到 A, B, C 三点距离相等的点有 0 个或 1 个

3. 角平分线

自主学习·探新知

一、1. 相等 2. 内部 相等
 二、1. 对边 线段 2. 一点 三条边

小題快练

1. $\sqrt{\quad}$ 2. \times 3. \times 4. \times

题型示范·知规律

【示范题 1】【自主解答】 AD 垂直平分 EF . 理由如下:

$\because AD$ 平分 $\angle BAC, DE \perp AB, DF \perp$

$AC,$
 $\therefore DE = DF,$ 在 $\text{Rt}\triangle AED$ 和 $\text{Rt}\triangle AFD$ 中, $AD = AD, DE = DF,$
 $\therefore \text{Rt}\triangle AED \cong \text{Rt}\triangle AFD$ (H. L.),
 $\therefore AE = AF,$ 又 $\because AD$ 平分 $\angle BAC,$
 $\therefore AD$ 垂直平分 $EF.$

【示范题 2】【自主解答】(1) \because 点 A, O, B 在同一直线上,

$\therefore \angle AOB = 180^\circ,$
 $\therefore OC$ 平分 $\angle AOB,$

$\therefore \angle AOC = \angle BOC = 90^\circ.$
 $\therefore \angle COD = 30^\circ,$

$\therefore \angle BOD = \angle BOC - \angle COD = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ.$

(2) $\because \angle AOE = 150^\circ, \angle AOB = 180^\circ,$
 $\therefore \angle BOE = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ.$

$\because \angle BOD = 60^\circ, \therefore \angle DOE = \angle BOD - \angle BOE = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ,$

$\therefore \angle BOE = \angle DOE, \therefore OE$ 是 $\angle BOD$ 的平分线.

课堂达标·练基础

题组一

1. B 2. B 3. C 4. 15

5. 解析 $\because AD$ 平分 $\angle CAB,$

且 $\angle C = 90^\circ, DE \perp AB,$
 $\therefore DC = DE.$

$\therefore \triangle ACD \cong \triangle AED, \therefore AC = AE.$

又 $\because AC = BC,$

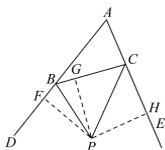
$\therefore DE + EB + BD = DC + EB + BD = BC + EB = AC + EB = AE + EB = AB.$

又 $\because AB = 10\text{cm},$

$\therefore \triangle DBE$ 的周长是 10cm.

题组二 1. C 2. D 3. D 4. 70

5. 解析 如图, 过点 P 作 $PF \perp AD,$



$PG \perp BC, PH \perp AE,$

$\therefore BP, CP$ 分别是 $\angle ABC, \angle ACB$ 的外角平分线,

$\therefore PF = PG, PG = PH,$

$\therefore PF = PG = PH,$

\therefore 点 P 必在 $\angle A$ 的平分线上.

鉴前启后

(1) ②

$\because AD$ 平分 $\angle EAF, \therefore \angle BAD = \angle CAD$

$\because AD \perp BC \therefore \angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$

又 $\because AD = AD$

$\therefore \triangle ADB \cong \triangle ADC, \therefore BD = CD$

章末复习课

知识架构·建体系

①能够完全重合的两个三角形;
 ②全等三角形的对应边相等, 对应角相等;

③等边对等角;

④等角对等边;

⑤角平分线上的点到角两边的距

离相等;

⑥角的内部到角两边距离相等的点在角的平分线上;

⑦线段垂直平分线上的点到线段两端的距离相等;

⑧到线段两端距离相等的点在线段的垂直平分线上.

考点突破·明方法

考点一

【示范题】【自主解答】 $\because DE \parallel AB,$

$\therefore \angle CAB = \angle ADE.$ 在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DAE$ 中, $\angle CAB = \angle ADE, AB = DA,$

$\angle B = \angle DAE,$

$\therefore \triangle BAC \cong \triangle DAE$ (A. S. A.),

$\therefore BC = AE.$

对点训练

1. C 2. B

3. 证明 $\because \triangle ABO$ 与 $\triangle CDO$ 关于 O 点中心对称, $\therefore \triangle ABO \cong \triangle CDO.$

$\therefore AO = CO, BO = DO.$

又 $\because AF = CE,$

$\therefore AO - AF = CO - CE,$ 即 $OF = OE.$

$\therefore \angle FOD = \angle EOB,$

$\therefore \triangle FOD \cong \triangle EOB$ (S. A. S.),

$\therefore FD = BE.$

考点二

【示范题】【自主解答】(1) $BD \perp$ 直线 $m,$
 $CE \perp$ 直线 $m,$

$\therefore \angle BDA = \angle CEA = 90^\circ.$

$\therefore \angle BAC = 90^\circ,$

$\therefore \angle BAD + \angle CAE = 90^\circ.$

$\therefore \angle BAD + \angle ABD = 90^\circ,$

$\therefore \angle ABD = \angle CAE.$

又 $AB = AC, \therefore \triangle ADB \cong \triangle CEA.$

$\therefore BD = AE, AD = CE,$

$\therefore DE = AE + AD = BD + CE.$

(2) 成立. $\because \angle BDA = \angle BAC = \alpha,$

$\therefore \angle DBA + \angle BAD = \angle BAD + \angle CAE = 180^\circ - \alpha.$

$\therefore \angle DBA = \angle CAE,$

$\therefore \angle BDA = \angle AEC = \alpha, AB = AC,$

$\therefore \triangle ADB \cong \triangle CEA.$

$\therefore BD = AE, AD = CE, \therefore DE = AE + AD = BD + CE.$

(3) 由 (2) 知, $\triangle ADB \cong \triangle CEA,$

$BD = AE, \angle DBA = \angle CAE,$

$\therefore \triangle ABF$ 和 $\triangle ACF$ 均为等边三角形, $\therefore \angle ABF = \angle CAF = 60^\circ.$

$\therefore \angle DBA + \angle ABF = \angle CAE + \angle CAF,$

$\therefore \angle DBF = \angle FAE.$

$\therefore BF = AF, \therefore \triangle DBF \cong \triangle EAF,$

$\therefore DF = EF, \angle BFD = \angle AFE,$

$\therefore \angle DFE = \angle DFA + \angle AFE = \angle DFA + \angle BFD = 60^\circ,$

$\therefore \triangle DEF$ 为等边三角形.



对点训练

1. B 2. A 3. 65

考点三

【示范题】【自主解答】(1) ∵ AN 平分

∠BAC, ∴ ∠BAN = ∠DAN.

∵ BN ⊥ AN 于点 N,

∴ ∠ANB = ∠AND = 90°.

又 ∵ AN = AN, ∴ △ABN ≅ △ADN,

∴ BN = DN.

(2) ∵ △ABN ≅ △ADN, AB = 10,

∴ AD = AB = 10, ∴ △ABC 的周长 =

10 + 10 + 6 + 15 = 41.

对点训练

1. 67.5 2. 1

3. 证明 ∵ AD // BC,

∴ ∠EAO = ∠FCO, ∠AEO = ∠CFO.

∵ EF 垂直平分 AC,

∴ AO = CO, FA = FC,

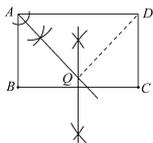
在 △AOE 和 △COF 中 $\begin{cases} \angle EAO = \angle FCO, \\ \angle AEO = \angle CFO, \\ AO = CO, \end{cases}$

∴ △AOE ≅ △COF (A. A. S.),

∴ AE = CF, ∴ AE = AF.

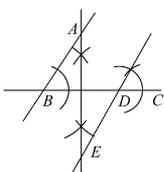
考点四

【示范题】【自主解答】如图所示,发现: DQ = AQ 或者 ∠QAD = ∠QDA 等.



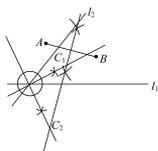
对点训练

1. 解析 如图所示: 点 E 即为所求.



2. 解析 (1) 作出线段 AB 的垂直平分线;

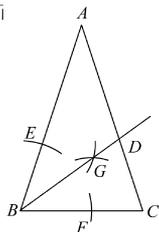
(2) 作出角的平分线 (2 条); 它们的交点即为所求作的点 C (2 个).



3. 解析 (1) ① 以点 B 为圆心, 以任意长为半径画弧, 分别交 AB, BC 于点 E, F;

② 分别以点 E, F 为圆心, 以大于

$\frac{1}{2}EF$ 的长为半径画弧, 两弧相交于点 G, 连结 BG 并延长交 AC 于点 D 即可.



(2) ∵ 在 △ABC 中, AB = AC, ∠ABC = 72°,

∴ ∠A = 180° - 2∠ABC = 180° - 144° = 36°.

∵ BD 是 ∠ABC 的平分线,

∴ ∠ABD = $\frac{1}{2}$ ∠ABC = $\frac{1}{2}$ × 72° = 36°.

∴ ∠BDC 是 △ABD 的外角,

∴ ∠BDC = ∠A + ∠ABD = 36° + 36° = 72°.

单元评价检测(三)

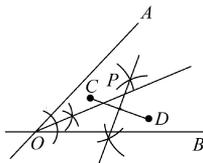
1. C 2. D 3. D 4. A 5. D 6. A

7. A 8. 两个角相等 它们的补角相等

9. 4:5:6 10. 10 11. 115

12. 70° 或 20°

13. 解析 如图所示: 作 CD 的垂直平分线与 ∠AOB 的平分线, 两线的交点 P 即为所求.



14. 解析 CE 和 BF 的数量关系是 CE = BF, 位置关系是 CE // BF.

证明: 因为 AB // CD, 所以 ∠A = ∠D.

因为在 △ABF 和 △DCE 中,

AB = CD, ∠A = ∠D, AF = DE,

所以 △ABF ≅ △DCE,

所以 BF = CE, ∠AFB = ∠DEC,

所以 CE // BF.

15. 解析 (1) 一个三角形的两个角及其中一个角的对边分别对应相等, 那么这两个三角形全等.

(2) 已知: 在 △ABC 和 △DEF 中,

∠A = ∠D, ∠B = ∠E, BC = EF,

求证: △ABC ≅ △DEF.

证明: ∵ ∠A + ∠B + ∠C = 180°, ∠D + ∠E + ∠F = 180° (三角形内角和定理),

又 ∠A = ∠D, ∠B = ∠E (已知),

∴ ∠C = ∠F (等式的性质).

在 △ABC 和 △DEF 中, ∠B = ∠E (已知), BC = EF (已知), ∠C = ∠F

(已证),

∴ △ABC ≅ △DEF (A. S. A.).

16. 解析 △ADC ≅ △ADF, △ADC ≅ △CEB, △ADF ≅ △CEB (写出其中两对即可).

方法一: 若选择 △ADC ≅ △ADF, 证明如下:

∵ AD 平分 ∠FAC, ∴ ∠CAD = ∠FAD.

∵ AD ⊥ CF, ∴ ∠ADC = ∠ADF = 90°.

又 ∵ AD = AD,

∴ △ADC ≅ △ADF (A. S. A.).

方法二: 若选择 △ADC ≅ △CEB, 证明如下:

∵ AD ⊥ CF, BE ⊥ CE,

∴ ∠ADC = ∠CEB = 90°.

又 ∵ ∠ACB = 90°,

∴ ∠ACD + ∠ECB = 90°.

又 ∵ ∠ACD + ∠DAC = 90°,

∴ ∠DAC = ∠ECB.

又 ∵ AC = CB,

∴ △ADC ≅ △CEB (A. A. S.).

第 14 章 勾股定理

14.1 勾股定理

1. 直角三角形三边的关系

自主学习 · 探新知

一、1. 平方和 平方 2. $a^2 + b^2 = c^2$

二、1. 短 2. 长 3. 斜边

小题快练

1. × 2. × 3. × 4. √

题型示范 · 知规律

【示范题 1】【自主解答】(1) ∵ △ACB 和 △ECD 都是等腰直角三角形,

∴ AC = BC, EC = DC. ∴ ∠ACE =

∠DCE - ∠DCA, ∠BCD = ∠ACB -

∠DCA, ∠ACB = ∠ECD = 90°, ∴

∠ACE = ∠BCD. 在 △ACE 和 △BCD

中, AC = BC, ∠ACE = ∠BCD, EC = DC,

∴ △ACE ≅ △BCD (S. A. S.).

(2) 由 (1) 可知 AE = BD = 12, ∠EAC =

∠B = 45°, 又 ∵ ∠BAC = 45°,

∴ ∠EAD = ∠EAC + ∠BAC = 90°,

即 △EAD 是直角三角形,

∴ DE = $\sqrt{AE^2 + AD^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$.

【示范题 2】【解题探究】(1) 提示梯子的长度固定不变.

(2) 提示 只要求出 AC 和 CE 的长即可.

(3) 提示 根据勾股定理可求第三边的长.

【尝试解答】在 Rt△ACB 中, $AC^2 = AB^2 - BC^2 = 2.5^2 - 1.5^2 = 4$, ∴ AC = 2.

∵ BD = 0.5, ∴ CD = 2 在 Rt△ECD 中,

$EC^2 = ED^2 - CD^2 = 2.5^2 - 2^2 = 2.25$,

∴ EC = 1.5, ∴ AE = AC - EC = 2 - 1.5

= 0.5.



答:梯子顶端A下滑了0.5m.

课堂达标·练基础

题组一

1. A 2. C 3. 8

4. 解析 (1) $\angle BAC = 180^\circ - 60^\circ - 45^\circ = 75^\circ$.

(2) $\because AD \perp BC, \therefore \triangle ADC$ 是直角三角形,

$$\therefore AD^2 + DC^2 = AC^2.$$

$$\because \angle C = 45^\circ, \therefore \angle DAC = 45^\circ,$$

$$\therefore AD = DC. \therefore AC = 2,$$

$$\therefore AD = \sqrt{2}.$$

5. 解析 根据题意 $CD^2 = AC^2 - AD^2 = 3^2 -$

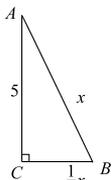
$$(2BD)^2 = 9 - 4BD^2, CD^2 = BC^2 - BD^2 = 2^2 -$$

$$BD^2 = 4 - BD^2, \therefore 9 - 4BD^2 = 4 - BD^2,$$

$$\text{解得 } BD^2 = \frac{5}{3}, \therefore BD = \frac{\sqrt{15}}{3}.$$

题组二 1. B 2. 4 3. 8

4. 解析 如图,设梯子长 x m,



在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $x^2 = (\frac{x}{3})^2 + 25$, 解

得 $x \approx 5.3$.

答:梯子大约有 5.3m 长.

5. 解析 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 根据勾股定

$$\text{理 } AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$$

(m). 所以实际游泳距离为 10m.

鉴前启后

(1) ①

(2) 选 C. 由题意可知: $EF = 5\text{cm}, FC = 4\text{cm}, CG = 3\text{cm}$,

$$\text{连结 } AC, AG, EG, EC = \sqrt{EF^2 + FC^2} = \sqrt{5^2 + 4^2} = \sqrt{41} \text{ (cm)}.$$

$$CE = \sqrt{EG^2 + CG^2} = \sqrt{41 + 9} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2} \text{ (cm)}.$$

\therefore 能放入的细木条的最大长度是 $5\sqrt{2}$ cm.

2. 直角三角形的判定

自主学习·探新知

一、1. 直角 2. 互余 3. $a^2 + b^2 = c^2$

直角

二、正整数

小快练

1. \times 2. \checkmark 3. \times 4. \checkmark

题型示范·知规律

【示范题 1】【自主解答】(1) $\because BC = 13\text{cm},$

$$CD = 12\text{cm}, BD = 5\text{cm}, \therefore BC^2 = BD^2 + CD^2,$$

$\therefore \triangle BDC$ 为直角三角形.

(2) 设 $AB = x, \therefore \triangle ABC$ 是等腰三角形,

$$\therefore AB = AC = x, \therefore AC^2 = AD^2 + CD^2,$$

$$\therefore x^2 = (x-5)^2 + 12^2, \text{解得 } x = \frac{169}{10},$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ 的周长} = 2AB + BC = \frac{169}{5}$$

$$+ 13 = \frac{234}{5} \text{ (cm)}.$$

【示范题 2】【自主解答】甲船航行的

距离为 $BM = 8 \times 2 = 16$ (nmile),

乙船航行的距离为 $BP = 15 \times 2$

$= 30$ (nmile).

$$\because 16^2 + 30^2 = 1156, 34^2 = 1156,$$

$$\therefore BM^2 + BP^2 = MP^2,$$

$\therefore \triangle MBP$ 为直角三角形, $\angle MBP$

$= 90^\circ, \therefore$ 乙船是沿着南偏东 30°

方向航行的.

课堂达标·练基础

题组一

1. D 2. C 3. B 4. 直角

5. 解析 连结 AE , 设正方形边长为 a ,

$$\text{则 } DF = FC = \frac{a}{2}, EC = \frac{a}{4},$$

在 $\text{Rt}\triangle ECF$ 中,

$$\text{有 } EF^2 = (\frac{a}{2})^2 + (\frac{a}{4})^2 = \frac{5}{16}a^2,$$

同理可得: 在 $\text{Rt}\triangle ADF$ 中,

$$\text{有 } AF^2 = (\frac{a}{2})^2 + a^2 = \frac{5}{4}a^2,$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle ABE \text{ 中, 有 } BE^2 = a^2 - \frac{1}{4}a^2 = \frac{3}{4}a^2,$$

$$\text{所以 } AE^2 = a^2 + (\frac{3}{4}a)^2 = \frac{25}{16}a^2,$$

$$\text{所以 } AF^2 + EF^2 = AE^2, \text{所以 } \angle AFE = 90^\circ, \text{即 } AF \perp EF.$$

题组二 1. D 2. 正南或正北

3. 30nmile

4. 解析 先看 $\angle ADC$ 是不是直角.

$$\text{在 } \triangle ADC \text{ 中, 因为 } AD^2 + DC^2 = 6^2 + 8^2 = 100,$$

$$AC^2 = 9^2 = 81, \text{所以 } AD^2 + DC^2 \neq AC^2, \text{所以 } \triangle ADC \text{ 不是直角三角形,}$$

所以 $\angle ADC$ 不是直角. 但标准是长方形的四个角都应是直角, 所以该农民挖的地基不合格.

5. 解析 符合要求. 理由如下: 由题意

$$\text{知, } BC = 8\text{m}, AC = 10\text{m}, AB = 6\text{m}, \therefore 8^2 + 6^2 = 10^2, \text{即 } BC^2 + AB^2 = AC^2, \therefore \triangle ABC$$

是直角三角形, 且 $\angle ABC = 90^\circ$, 即安装的电线杆与地面垂直.

鉴前启后

(1) ①

(2) 选 B. $\because (9k)^2 + (40k)^2 = (41k)^2$ (k 为常数), \therefore 三线段之比为 9:40:41 可构成直角三角形.

3. 反证法

自主学习·探新知

一、反面 矛盾

二、1. 反面 2. 矛盾 3. 不成立 正确

小快练

1. \times 2. \checkmark 3. \checkmark 4. \checkmark

题型示范·知规律

【示范题】【自主解答】假设 $PB \neq PC$

不成立, 则 $PB = PC, \angle PBC = \angle PCB$.

又 $\because AB = AC, \therefore \angle ABC = \angle ACB$,

$$\therefore \angle ABP = \angle ACP,$$

$$\therefore \triangle ABP \cong \triangle ACP,$$

$$\therefore \angle APB = \angle APC, \text{与 } \angle APB \neq \angle APC$$

相矛盾. 因而 $PB = PC$ 不成立, 则 $PB \neq PC$.

课堂达标·练基础

题组 1. C 2. D 3. B 4. $a = b$

5. 等腰直角三角形

6. 解析 (1) d 是负数或等于 0. (2) 三角形任意两边之和小于或等于第三边.

7. 证明 假设结论不成立, 则 $\angle B$ 是直角或钝角.

$\angle B$ 是直角时, $\angle B + \angle C = 180^\circ$,

$$\therefore \angle A + \angle B + \angle C > 180^\circ;$$

$\angle B$ 是钝角时, $\angle B + \angle C > 180^\circ$,

$$\therefore \angle A + \angle B + \angle C > 180^\circ,$$

这与三角形的内角和等于 180° 矛盾.

\therefore 假设不成立, $\therefore \angle B$ 一定是锐角.

8. 证明 假设 c 与 b 不相交, 则 $c \parallel b, \therefore a \parallel b, \therefore c \parallel a$, 这与 c 和 a 相交相矛盾, 假设不成立, 所以 c 与 b 也相交.

9. 证明 假设三角形中的外角有两个角是锐角. 根据三角形的外角与相邻的内角互补, 知: 与这两个角相邻的两个内角一定是钝角, 大于 90° , 则这两个角的度数和一定大于 180° , 与三角形的内角和定理相矛盾. 因而假设错误. 故在一个三角形中, 外角最多有一个锐角.

10. 解析 有错误. 改正: 假设 $AC = BC$, 则 $\angle A = \angle B$, 又 $\angle C = 90^\circ$, 所以 $\angle B = \angle A = 45^\circ$, 这与 $\angle A \neq 45^\circ$ 矛盾, 所以 $AC = BC$ 不成立, 所以 $AC \neq BC$.

鉴前启后

(1) ①

(2) 设这个数为 a , 假设 a 不为负数, 则 a 为非负数, \therefore 一个非负数的绝对值等于它本身, $\therefore |a| = a$. 这与题设矛盾, 所以假设不成立, 故原结论成立, 即这个数为负数.

14.2 勾股定理的应用

自主学习·探新知

一、平方和 平方 $a^2 + b^2 = c^2$

二、直角三角形 勾股定理

小快练

1. \times 2. \checkmark 3. \checkmark

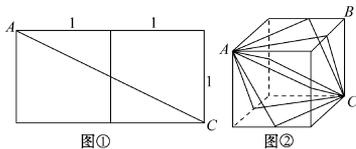


题型示范·知规律

【示范题 1】【自主解答】(1) 沿线段 AB 爬行即可, 根据两点之间线段最短.

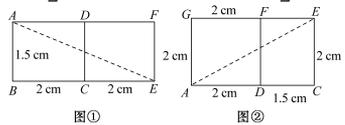
(2) 如图①所示: $d = \sqrt{5}$, $1 < \sqrt{5} < 3$, 故选 A.

最短路径有 6 条, 如图②所示:



(3) 蚂蚁爬行的最短路线是沿面 AF 和面 FC 展开后所连的线段 AE, 原因: 如图①和图②所示作图, 分别连结 AE, 并分别在两图中测量 AE 的长, 可得图②中的 AE 较短.

也可利用勾股定理得出: 图①中 $AE = \frac{\sqrt{73}}{2}$ cm, 图②中 $AE = \frac{\sqrt{65}}{2}$ cm.



【示范题 2】【自主解答】因为 $BD = 12, CD = 16, BC = 20$, 所以 $BD^2 + CD^2 = 12^2 + 16^2 = 400, BC^2 = 20^2 = 400$, 所以 $BD^2 + CD^2 = BC^2$, 所以 $\angle BDC = 90^\circ$, 所以 $\triangle ADC$ 为直角三角形, 所以 $AD^2 + CD^2 = AC^2$.

设 $AC = x$, 由 $AB = AC, BD = 12$, 则 $AD = x - 12$, 所以 $(x - 12)^2 + 16^2 = x^2$.

所以 $x = \frac{50}{3}$, 所以 $AC = AB = \frac{50}{3}$.

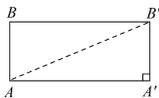
所以 $\triangle ABC$ 的周长 $= AB + AC + BC = \frac{50}{3} + \frac{50}{3} + 20 = \frac{160}{3}$.

课堂达标·练基础

题组一

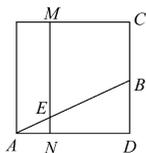
1. A 2. B 3. 10 4. 60cm^2

5. 解析 如图所示, 将圆柱的侧面沿 AB 展开, 得到长方形 $AA'B'B$,



则 $AB = A'B' = 5\text{m}, AA' = BB' = 12\text{m}, \angle A' = 90^\circ$. 因此沿 AB' 建梯子, 梯子最短. 在 $\text{Rt}\triangle AA'B'$ 中, $AB'^2 = AA'^2 + A'B'^2 = 12^2 + 5^2 = 169$. 所以 $AB' = 13\text{m}$. 因此梯子最短需 13m.

6. 解析 在砖的侧面展开图上, 连结 AB, 则 AB 的长即为 A 处到 B 处的最短路程.



在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, 因为 $AD = AN + ND = 5 + 10 = 15\text{cm}$, $BD = 8\text{cm}$, 所以 $AB^2 = AD^2 + BD^2 = 15^2 + 8^2 = 289 = 17^2$. 所以 $AB = 17\text{cm}$. 故蚂蚁爬行的最短路径为 17cm.

题组二 1. C 2. B 3. B

4. 解析 延长 AD, BC 交于 E.

$\because \angle A = 60^\circ, \angle B = \angle D = 90^\circ, \therefore \angle E = 30^\circ. \therefore AE = 2AB = 8, CE = 2CD = 4, \therefore BE^2 = AE^2 - AB^2 = 8^2 - 4^2 = 48, BE = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}. \therefore DE^2 = CE^2 - CD^2 = 4^2 - 2^2 = 12, \therefore DE = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}.$

$\therefore S_{\text{四边形}ABCD} = S_{\triangle ABE} - S_{\triangle CDE} = \frac{1}{2} AB \cdot BE - \frac{1}{2} CD \cdot DE = 6\sqrt{3}.$

5. 解析 $AD \perp AB. \therefore$ 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ, AC = 3, BC = 4, \therefore AB^2 = CB^2 + AC^2 = 4^2 + 3^2 = 5^2$. 在 $\triangle ABD$ 中, $AD = 12, BD = 13, \therefore AB^2 + AD^2 = 5^2 + 12^2 = 13^2, \therefore AB^2 + AD^2 = BD^2, \therefore \triangle ABD$ 为直角三角形, 且 $\angle DAB = 90^\circ$, 即 $AD \perp AB$.

6. 解析 $\because BD^2 + AD^2 = 6^2 + 8^2 = 10^2 = AB^2, \therefore \triangle ABD$ 是直角三角形, $\therefore AD \perp BC$. 在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中, $CD = \sqrt{AC^2 - AD^2} = 15, \therefore BC = BD + CD = 6 + 15 = 21$. 答: BC 的长是 21.

鉴前慈后

(1) ① (2) ① 展开前面右面, 由勾股定理得 $AB = \sqrt{(2+3)^2 + 2^2} = \sqrt{29}$ cm; ② 展开底面右面, 由勾股定理得 $AB = \sqrt{3^2 + (2+2)^2} = 5$ cm; 所以最短路径长为 5 cm, 用时最少: $5 \div 2 = 2.5$ s.

章末复习课

知识架构·建体系

① 直角三角形两直角边的平方和等于斜边的平方; ② 直角三角形的两条直角边分别为 a, b , 斜边为 c , 则有 $a^2 + b^2 = c^2$; ③ 如果三角形的三边长 a, b, c 有关系: $a^2 + b^2 < c^2$, 那么这个三角形是直角三角形; ④ 直角; ⑤ 立体图形展开; ⑥ 假设结论不成立, 找出

矛盾, 得出结论.

考点突破·明方法

考点一

【示范题】【自主解答】过点 D 作 $DH \perp AC$,

$\because \angle CED = 45^\circ, DH \perp EC, DE = \sqrt{2}, \therefore EH = DH, \therefore EH^2 + DH^2 = ED^2, \therefore EH^2 = 1, \therefore EH = DH = 1, \therefore CD = 2, \therefore HC = \sqrt{3}, \therefore \angle AEB = 45^\circ, \angle BAC = 90^\circ, BE = 2\sqrt{2}, \therefore AB = AE = 2, \therefore AC = 2 + 1 + \sqrt{3} = 3 + \sqrt{3}, \therefore S_{\text{四边形}ABCD} = \frac{1}{2} \times 2 \times (3 + \sqrt{3}) + \frac{1}{2} \times 1 \times (3 + \sqrt{3}) = \frac{3\sqrt{3} + 9}{2}.$

对点训练

1. B 2. D 3. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ 4. 4.8 5. $\frac{3}{2}$

6. $10 + 2\sqrt{13}$

7. 解析 (1) $\because E$ 为 BC 的中点, $\therefore BE = CE, \therefore AB \parallel CD, \therefore \angle BAE = \angle F, \angle B = \angle FCE, \therefore \triangle ABE \cong \triangle FCE. (2)$ 由 (1) 可得 $\triangle ABE \cong \triangle FCE, \therefore CF = AB = 15, CE = BE = 8, AE = EF, \therefore \angle B = \angle BCF = 90^\circ$, 根据勾股定理, 得 $AE = 17, \therefore AF = 34$.

考点二

【示范题】【自主解答】(1) 两直角边分别为 6, 8 时, 斜边 $= \sqrt{6^2 + 8^2} = 10, \therefore \triangle ABC$ 三边分别为 6, 8, 9 时, $\triangle ABC$ 为锐角三角形; 当 $\triangle ABC$ 三边分别为 6, 8, 11 时, $\triangle ABC$ 为钝角三角形.

答案 锐角 钝角

(2) 当 $a^2 + b^2 > c^2$ 时, $\triangle ABC$ 为锐角三角形; 当 $a^2 + b^2 < c^2$ 时, $\triangle ABC$ 为钝角三角形.

答案 $>$

(3) $\because c$ 为最长边, $2 + 4 = 6, \therefore 4 \leq c < 6, a^2 + b^2 = 2^2 + 4^2 = 20, \textcircled{1} a^2 + b^2 > c^2$, 即 $c^2 < 20, 0 < c < 2\sqrt{5}, \therefore$ 当 $4 \leq c < 2\sqrt{5}$ 时, 这个三角形是锐角三角形; $\textcircled{2} a^2 + b^2 = c^2$, 即 $c^2 = 20, c = 2\sqrt{5}, \therefore$ 当 $c = 2\sqrt{5}$ 时, 这个三角形是直角三角形; $\textcircled{3} a^2 + b^2 < c^2$, 即 $c^2 > 20, c > 2\sqrt{5}, \therefore$ 当 $2\sqrt{5} < c < 6$ 时, 这个三角形是钝角三角形.

对点训练

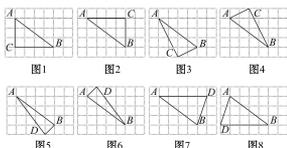
1. (4, 0) 2. 1.3

3. 解析 (1) 正确画图(参考图 1-图 4,

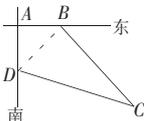


画出一个即可).

(2)正确画图(参考图5-图8,画出一个即可).

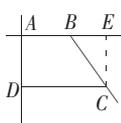


4. 解析 (1)如图,连接BD:



Rt $\triangle ABD$ 中, $AB=3, AD=4,$
 $\therefore BD=5, \therefore BC=12, CD=13,$
 $\therefore CD=13^2=169,$
 $BD^2+BC^2=5^2+12^2=169,$
 $\therefore BD^2+BC^2=CD^2, \therefore \triangle BCD$ 是直角三角形, $\therefore \angle CBD=90^\circ,$
 \therefore 点D到直线BC的距离是5海里.

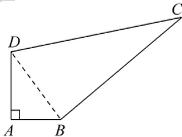
(2)如图,过点C作 $CE \perp AB$ 于E,



$\therefore \angle CBE=45^\circ,$
 $\therefore \triangle CBE$ 是等腰直角三角形,
 $\therefore CE=BE=4,$
 $\therefore BC=4\sqrt{2}, \therefore CD=AE=3+4=7,$
 $\therefore 4\sqrt{2} < 7, \therefore CD > BC,$
 \therefore 若两艘搜救艇速度一样,救援指挥部应派遣搜救艇B前往救援能更快到达轮船出事点.

单元评价检测(四)

1. C 2. D 3. C 4. D 5. C 6. B
 7. C 8. $3\sqrt{5}+5$ 9. 90° 10. 60
 11. 135° 12. $2\sqrt{3}$ 或 $2\sqrt{7}$
 13. 解析 $\triangle ABC$ 是直角三角形,理由:
 $\therefore (a+b)^2=16, a^2+2ab+b^2=16, ab=1,$
 $\therefore a^2+b^2=14.$ 又 $\therefore c^2=14,$
 $\therefore a^2+b^2=c^2.$
 $\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形.
 14. 解析 如图,连结BD.



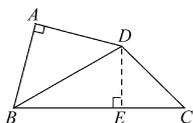
在Rt $\triangle ABD$ 中,由勾股定理,得
 $BD^2=AB^2+AD^2=3^2+4^2=5^2.$
 在 $\triangle DBC$ 中, $BD^2+BC^2=5^2+12^2=169,$
 $CD^2=169. \therefore BD^2+BC^2=CD^2.$
 $\therefore \triangle DBC$ 是以CD为斜边的直角三角形.

$$\therefore S_{\text{四边形}ABCD}=S_{\triangle ABD}+S_{\triangle DBC}=\frac{1}{2} \times 3 \times$$

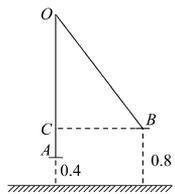
$$4+\frac{1}{2} \times 5 \times 12=36(\text{m}^2).$$

因此,这块空地种植草皮的总投资为 $200 \times 36=7200$ (元).

15. 解析 如图,过点D作 $DE \perp BC$ 于E,
 $\therefore AB=AD, \angle BAD=90^\circ, \therefore AD=AB=2\sqrt{2},$
 $BD=2\sqrt{2} \times \sqrt{2}=4,$
 $\therefore \angle C=45^\circ, CD=2\sqrt{2},$
 $\therefore DE=CE=2$
 $BE=\sqrt{BD^2-DE^2}=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3},$
 $\therefore BC=BE+CE=2\sqrt{3}+2,$
 \therefore 四边形ABCD的面积 $=S_{\triangle ABD}+S_{\triangle BCD}=\frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2}+\frac{1}{2} \times$
 $(2\sqrt{3}+2) \times 2$
 $=4+2\sqrt{3}+2=6+2\sqrt{3}.$



16. 解析 如图为秋千侧面图,座位最低点为A,最高点为B,



则 $OA=OB=2\text{m},$ 过B点作OA的垂线,垂足为C,
 则 $AC=0.8-0.4=0.4(\text{m}), OC=2-0.4=1.6(\text{m}),$
 由勾股定理得: $BC^2=OB^2-OC^2=2^2-1.6^2=1.2^2(\text{m}^2),$ 所以 $BC=1.2\text{m},$
 所以 $2BC=2 \times 1.2=2.4(\text{m}),$
 故小红荡出的水平距离是2.4m.

第15章 数据的收集与表示

15.1 数据的收集

自主学习·探新知

- 一、(2)确定调查对象 (4)展开调查 (6)得出结论
 二、(1)次数 (2)次数 总次数
 $\frac{\text{频数}}{\text{总次数}}$ (3)1

小题快练

1. \times 2. \checkmark 3. \times 4. \checkmark

题型示范·知规律

【示范题1】自主解答 (1)调查的问题是:
 在数学、外语、语文3门学科中,你

最喜欢学习哪一门学科?

(2)调查的对象是:该校七年级的全体同学.

(3)最喜欢学数学这门学科的学生占学生总数的比例为: $\frac{60}{200} \times$

$100\%=30\%.$

(4)喜欢学语文的人数占学生总人数的比例为: $\frac{40}{200} \times 100\%=20\%;$

喜欢学外语的人数占学生总人数的比例为: $\frac{80}{200} \times 100\%=40\%;$

喜欢其他学科的人数占学生总人数的比例为: $\frac{200-40-60-80}{200} \times$

$100\%=10\%.$ 如下表:

	语文	外语	数学	其他
人数	40	80	60	20
占学生总数的百分比	20%	40%	30%	10%

【示范题2】自主解答 (1)按生日的月份重新分组可得统计表:

月份	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
人数	1	4	5	3	3	1	1	3	3	5	3	8

(2)读表可得:10月份出生的学生的频数是5,频率为 $\frac{5}{40}=0.125.$

(3)2月份有4位同学过生日,因此应准备4份礼物.

课堂达标·练基础

题组一

1. A 2. A

3. 解析 ①你调查的问题是是否上网,如果上网,那么上网又做什么;②你调查的对象是全班每位同学;③你选择的调查方法是问卷调查;④你记录的数据是上网的人数、不上网的人数、上网做什么的具体人数.

4. 解析 (1)不合适.应改为:你是否常选择快餐这种用餐方式?

(2)不合适.应改为:你在选择快餐时是否自带碗筷等餐具?

(3)不合适.应改为:你认为自带餐具是否有意义?

5. 解析 同学B能获得比较准确的民意.理由:同学A放在网上,调查的人不够全面,同学C调查的人不具有代表性,只有同学B的调查能比较准确地反映出民意.因为小区里包括了各年龄层次的人.

题组二

1. C 2. A 3. C 4. 20 0.4

5. 解析 (1)69.5~79.5的频数为80,



49.5~59.5 的频率为 0.05,79.5~89.5 的频率为 0.31.

(2) $15000 \times 0.05 = 750$ (人).

因为评为 B 等级的频率为 $0.2 + 0.31 = 0.51$, 大于 A, C, D 的频率, 所以这名学生的成绩评为 B 等级的可能性最大.

鉴前启后

不合理, 抄袭和未完成作业是不好的行为, 勇于承认错误不是每个人都能做到的, 所以, 这样的问题设计不好, 容易失真. 可把抄袭完成, 经常抄袭完成换成其他方式完成. 不应当调查本班或者在校学生, 调查毕业生学习效果会好一点.

15.2 数据的表示

自主学习 · 探新知

一、统计表 折线统计图 扇形统计图 条形统计图

二、(1)数量 增减变化
(2)总数 (3)各数量

三、(1)百分数
(2)圆心角的度数
(3)扇形
(4)名称及百分数

小试快练

1. × 2. √ 3. √ 4. × 5. ×

题型示范 · 知规律

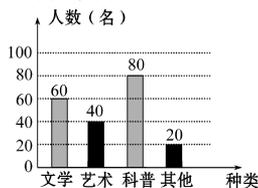
【示范题 1】【自主解答】(1) ∵ 喜欢排球的有 12 人, 占 10%, ∴ 样本容量为 $12 \div 10\% = 120$.

(2) $a = 120 \times 25\% = 30$, $b = 120 - 30 - 12 - 36 = 18 = 24$.

(3) 喜欢羽毛球的人数为: $1000 \times \frac{36}{120} = 300$ (人).

【示范题 2】【自主解答】(1) $60 \div 30\% = 200$ (人). 答: 这次调查的学生共有 200 人.

(2) $200 \times 20\% = 40$ (人), 补充条形统计图 (艺术):



$200 - (60 + 80 + 40) = 20$ (人), 补充条形统计图 (其他), $20 \div 200 \times 100\% = 10\%$, $10\% \times 360^\circ = 36^\circ$.

答: “其他类” 所对应的圆心角是 36° .

(3) $80 \div 200 \times 100\% = 40\%$, $2400 \times 40\% = 960$ (人).

答: 该校喜爱“科普类”的学生有 960 人.

课堂达标 · 练基础

题组一

1. B 2. B 3. 5

4. 甲学校参加跳远的人数比乙学校的多 2 人 (或甲学校参加百米跑的人数比乙学校的多 2 人, 或甲学校参加其他项目的人数比乙学校的少 4 人. 答案不唯一)

5. 25% 6. 105. 12

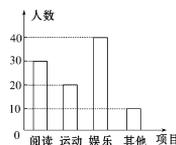
题组二

1. C 2. 100 3. 5 4. 50

5. **解析** (1) 调查学生总数为 $20 \div 20\% = 100$ (人).

(2) 由于“娱乐”和“其他”刚好占圆的一半, 即 50%, 所以“其他”占 $50\% - 40\% = 10\%$, 故“其他”在扇形统计图中所占的圆心角为 $10\% \times 360^\circ = 36^\circ$.

(3) 补全条形统计图如图:



鉴前启后

(1) ①

(2) 选 A. 本题易求订阅了杂志的人数, 根据统计图各自的特点, 条形统计图能清楚地表示出每个项目的具体数目.

章末复习课

知识架构 · 建体系

① 第一步: 明确调查问题; 第二步: 确定调查对象; 第三步: 选择调查方法; 第四步: 展开调查; 第五步: 记录结果; 第六步: 得出结论;

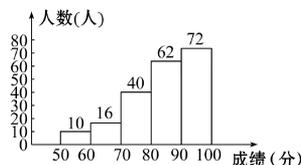
② 频率 = $\frac{\text{频数}}{\text{总次数}}$;

③ 条形统计图可以直观地反映出数据的数量特征; 扇形统计图可以反映出各组成部分的数量在总数量中所占份额; 折线统计图可以直观地反映出数量变化的规律.

考点突破 · 明方法

考点一

【示范题】【自主解答】(1) 根据题意得: $16 \div 0.08 = 200$ (人), 则 $70 \leq x < 80$ 分数段的频数为 $200 - (10 + 16 + 62 + 72) = 40$ (人), $50 \leq x < 60$ 分数段的频率为 0.05, $80 \leq x < 90$ 分数段的频率为 0.31, 补全条形统计图, 如图所示:



答案 0.05 40 0.31

(2) 由表格可知: 评为“D”的频率是 $\frac{10}{200}$, 由此估计全区八年级参加

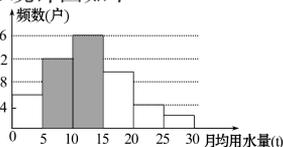
竞赛的学生约有 $\frac{10}{200} \times 3000 = 150$ (人) 被评为“D”.

对点训练

1. A 2. 27

3. **解析** (1) 由频数分布表知频数为 10 时, 频率为 0.20, 所以被调查家庭的数量为 $\frac{10}{0.20} = 50$ (户), 表中

依次填 12, 0.08; 补全的频数分布条形统计图如下



(2) 由频数分布表可知月均用水量不超过 15 t 的家庭有 34 户, 占被调查家庭总数的百分比为 $\frac{34}{50}$

$\times 100\% = 68\%$.

(3) 因为调查中月均用水量超过 20 t 的家庭占被调查家庭总数的百分比为 $\frac{6}{50} \times 100\% = 12\%$, 所以

$1000 \times 12\% = 120$ (户).

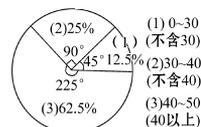
考点二

【示范题】【自主解答】(1) 初三(1)班学生体育达标率为 $\frac{30+15}{50} \times 100\%$

$= 90\%$, 其余各班学生体育达标率为 $1 - 12.5\% = 87.5\%$.

(2) 补全图形如下:

初三其他班级体育达标调查统计图



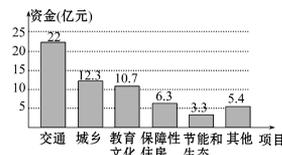
(3) 该年级全体学生的体育达标率为 $(420 + 45) \div 530 \approx 87.7\% < 90\%$, 所以在本次调查中, 该年级全体学生的体育达标率不符合要求.

对点训练

1. B 2. D 3. 40%

4. **解析** (1) “城乡”部分的资金 = $60 - (22 + 10.7 + 6.3 + 3.3 + 5.4) = 12.3$; 条形统计图补充如图:

“债券资金”分配条形统计图





(2) $\therefore \frac{22}{60} \times 100\% \approx 36.7\%$, $\frac{12.3}{60}$

$\times 100\% = 20.5\%$;

$\therefore a=36.7, b=20.5$.

(3) $360^\circ \times 17.8\% \approx 64^\circ$.

5. 解析 (1)浴场 5

(2)129 35.2%

(3) $1-35.2\%-3.8\%=61\%$, $366 \times 61\% \approx 223$ (天).

答:2016年大连市区空气质量为良的天数为223天.

单元评价检测(五)

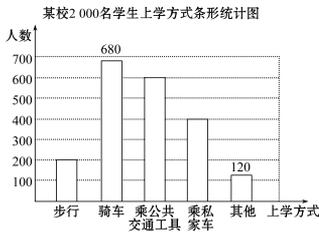
1. C 2. D 3. B 4. B 5. C 6. A

7. C 8. 扇形 9. 9 4 10. 20

11. 2018 40 12. 30%

13. 解析 (1)不合理. 因为如果150名学生全部在同一个年级抽取,那么全校每个学生被抽到的机会不相等,样本不具有代表性.

(2)

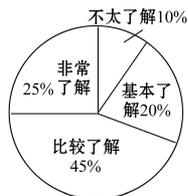


(3)本题答案不唯一,下列答案供参考.乘私家车上学的学生约400人,建议学校与交通管理部门协商安排停车区域.

14. 解析 (1) $40 \div 20\% = 200$ (人), $m = 200 \times 45\% = 90$ (人).

(2) $\frac{50}{200} \times 100\% \times 360^\circ = 90^\circ$,

补全扇形统计图,如图所示:



(3) $1500 \times 10\% = 150$ (人).

答:这些学生中“不太了解”炎帝文化知识的人数约150人.

15. 解析 (1)第二组的频率为 $0.12 - 0.04 = 0.08$,又第二组的人数为12人,故总人数为: $\frac{12}{0.08}$

150(人),即这次共抽取了150名学生的1分钟跳绳测试成绩.

(2)由已知第二组人数为12人,

第一组人数为 $150 \times 0.04 = 6$ (人),第三组人数为 $12 \times \frac{17}{4} = 51$ (人),

第四组人数为 $12 \times \frac{15}{4} = 45$ (人),

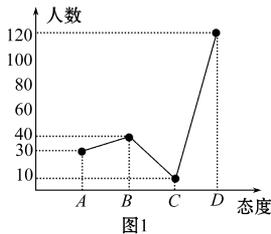
这次测试的优秀率为

$$\frac{150-6-12-51-45}{150} \times 100\% = 24\%$$

16. 解析 (1)根据题意得: $40 \div 20\% = 200$ (人),

故此次抽样调查中,共调查了200名中学生家长.

(2)“赞成”的人数为 $200 - (30 + 40 + 120) = 10$ (人),补全折线统计图,如图所示:



(3)根据题意得: $6000 \times \frac{120}{200}$

$= 3600$ (名),

则6000名中学生家长中持反对态度的人数为3600名.

期末综合检测

1. D 2. D 3. D 4. C 5. A 6. A

7. D 8. B 9. 16 或 17 10. $x-1$

11. 40 12. 6 1 13. (1)三 250

(2)37.5 14. 24

15. 解析 (1)原式 $= a^2 - 2ab + b^2 + 2ab - a^2 = b^2$.

(2) $mx^2 - my^2 = m(x^2 - y^2)$

$= m(x+y)(x-y)$.

(3)原式 $= x^2 + 6x + 9 - x^2 + 5x = 11x + 9$,

当 $x = -\frac{1}{2}$ 时,原式 $= 11 \times (-\frac{1}{2}) + 9$

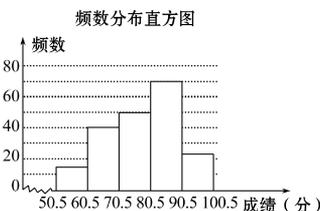
$= \frac{7}{2}$.

16. 解析 (1)抽取的学生数: $16 \div 0.08 = 200$,

$m = 200 - 16 - 40 - 50 - 24 = 70$;

$n = 24 \div 200 = 0.12$.

(2)补全频数分布直方图,如图所示:



(3) $1500 \times \frac{16+40}{200} = 420$ (人).

答:该校安全意识不强的学生约有420人.

17. 解析 $\because BC^2 + AC^2 = 9^2 + 12^2 = 225, AB^2 = 15^2 = 225, \therefore BC^2 + AC^2 = AB^2,$

$\therefore \angle ACB = 90^\circ$.

当 $CD \perp AB$ 时 CD 最短,造价最低.

$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC = \frac{1}{2} AB \cdot CD,$

$\therefore CD = \frac{AC \cdot BC}{AB} = 7.2$ (km).

所以最低造价为 $7.2 \times 10000 = 72000$ (元).

答:最低造价为72000元.

18. 证明在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACE$ 中,

$\because AB=AC, AD=AE, BD=CE,$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE$ (S.S.S.),

$\therefore \angle BAD = \angle CAE,$

$\therefore \angle BAD + \angle DAC = \angle CAE + \angle DAC,$

即 $\angle BAC = \angle DAE$.

19. 解析 (1) $\textcircled{1} \because \angle ACB = 90^\circ,$

$\therefore \angle ACD + \angle BCE = 90^\circ.$

$\therefore BE \perp MN,$

$\therefore \angle BCE + \angle CBE = 90^\circ.$

$\therefore \angle ACD = \angle CBE.$

在 $\triangle ADC$ 与 $\triangle CEB$ 中,

$\begin{cases} \angle ACD = \angle CBE, \\ \angle ADC = \angle CEB = 90^\circ, \\ AC = CB, \end{cases}$

$\therefore \triangle ADC \cong \triangle CEB,$

$\therefore AD = CE, CD = BE.$

$\textcircled{2} \because \triangle ADC \cong \triangle CEB,$

$\therefore AD = CE, CD = BE,$

$\therefore DE = CD + CE = BE + AD = 2 + 3 = 5.$

(2)同 $\textcircled{1}$ 的证明得 $\triangle ADC \cong \triangle CEB,$

$\therefore AD = CE, CD = BE.$

$\therefore DE = CE - CD = AD - BE$

$= 3 - 1.5 = 1.5.$

(3)同(2), $DE = CD - CE = BE - AD$

$= 3 - 1.5 = 1.5.$