参考答案

第21章　二次根式

21.1 二次根式

第1课时

自主学习·探新知

一、$(a\geq0)$ 二、$a\geq0$　非负数

三、**1.** $\geq$　**2.** $\geq$

小题快练

1. × **2.** √　**3.** ×

题型示范·知规律

【示范题1】**C** 含有二次根号的有 $\sqrt{2}$，$\sqrt{2a}$，$\sqrt{a^2+b^2}$，$\sqrt{a^2-1}$，$\sqrt{x^2+2\ 014}$，$\sqrt{-5}$，被开方数不是负数的有 $\sqrt{2}$，$\sqrt{a^2+b^2}$，$\sqrt{x^2+2\ 014}$，$\sqrt[3]{5}$，故属于二次根式的有：$\sqrt{2}$，$\sqrt{a^2+b^2}$，$\sqrt{x^2+2\ 014}$，共3个.

课堂达标·练基础

题组一

1. A　**2.** C　**3.** B.　**4.** 2　$x-1$

5. 解析　$\because \sqrt[m]{4m+1}$ 是二次根式，$\therefore m=2$，$n=3$.

答案 3

题组二

1. A　**2.** D　**3.** C　**4.** 2　**5.** 4

6. 解析 (1)由 $2-3x\geq0$，得 $x\leq\frac{2}{3}$，

$\therefore$ 当 $x\leq\frac{2}{3}$ 时，$\sqrt{2-3x}$ 有意义.

(2)由 $-x^2\geq0$ 得 $x^2\leq0$，$\therefore x=0$，

$\therefore$ 当 $x=0$ 时，$\sqrt{-x^2}$ 有意义.

(3)$\because x$ 取任意实数时，都有 $(x-3)^2\geq0$，

$\therefore$ 当 x 取任意实数时，$\sqrt{(x-3)^2}$ 都有意义.

(4)根据二次根式和分式的定义可知，

x 应满足 $\begin{cases}3x-1\geq0,\\1-x>0,\end{cases}$ 解得 $\frac{1}{3}\leq x<1$，

$\therefore$ 当 $\frac{1}{3}\leq x<1$ 时，$\frac{\sqrt{3x-1}}{\sqrt{1-x}}$ 有意义.

7. 解析 根据题意，得 $\begin{cases}2x+3\geq0,\\x+1\neq0,\end{cases}$ 解得 $x\geq-\frac{3}{2}$ 且 $x\neq-1$. 所以当 $x\geq-\frac{3}{2}$ 且 $x\neq-1$ 时，$\sqrt{2x+3}+\frac{1}{x+1}$ 在实数范围内有意义.

鉴前毖后

(1)未考虑分式的分母不为0

(2)因为分母不为0，即 $x^2-1\neq0$，$x\neq\pm1$.所以 x 的取值范围是 $x>1$

第2课时

自主学习·探新知

1. (1)5　5 (2)3　3 (3)4　0.2　$\frac{1}{2}$　(4)4　0.2　$\frac{1}{2}$　(5)0　a

2. (1)a　(2)a　0　$-a$

小题快练

1. ×　**2.** √　**3.** ×　**4.** √

题型示范·知规律

【示范题1】(1)$\left(\sqrt{\frac{3}{5}}\right)^2=\frac{3}{5}$.

(2)$(-2\sqrt{3})^2=(-2)^2\times(\sqrt{3})^2=4\times3=12$.

(3)$\sqrt{(-7)^2}=|-7|=7$.

(4)$-\sqrt{\left(-\frac{2}{3}\right)^2}=-\left|-\frac{2}{3}\right|=-\frac{2}{3}$.

课堂达标·练基础

题组一

1. B　**2.** B　**3.** C.　**4.** 3　**5.** 1

6. $2-\sqrt{3}$　**7.** $-\frac{5}{4}$　0

8. 解析 (1)$(\sqrt{4})^2=4$.

(2)$\sqrt{256}=\sqrt{16^2}=16$.

(3)$\sqrt{(3-\sqrt{6})^2}+\sqrt{(2-\sqrt{6})^2}=3-\sqrt{6}+\sqrt{6}-2=1$.

题组二

1. A　**2.** $\leq\frac{1}{2}$　**3.** $-b$　**4.** -1.14

5. $2a$

6. 解析 $\because -2\leq m\leq2$，$\therefore 5-2m>0$，$m+4>0$，

$\therefore \sqrt{(5-2m)^2}-\sqrt{(m+4)^2}=(5-2m)-(m+4)=5-2m-m-4=1-3m$.

7. 解析 由 $\begin{cases}x-\frac{1}{2}\geq0,\\\frac{1}{2}-x\geq0,\end{cases}$ 得 $x=\frac{1}{2}$，则 $y=\frac{1}{2}$.

所以 $5x+|2y-1|-\sqrt{y^2-2y+1}=\frac{5}{2}-\sqrt{\frac{1}{4}}=2$.

鉴前毖后

(1)②

(2)原式 $=\frac{1}{a}+\sqrt{\left(a-\frac{1}{a}\right)^2}$，

$\because a=\frac{1}{5}$，$\therefore a-\frac{1}{a}=\frac{1}{5}-5<0$，

$\therefore$原式$=\frac{1}{a}+\left|a-\frac{1}{a}\right|=\frac{1}{a}+\frac{1}{a}-a=\frac{2}{a}-a$

当 $a=\frac{1}{5}$ 时，原式 $=\frac{2}{\frac{1}{5}}-\frac{1}{5}$

$=10-\frac{1}{5}=\frac{49}{5}$

21.2 二次根式的乘除

1.二次根式的乘法

自主学习·探新知

一、6 6 二、=

三、**1.** $\sqrt{ab}$ $a\geqslant 0$ $b\geqslant 0$ **2.** 积

小题快练

1. √ **2.** × **3.** × **4.** √

题型示范·知规律

【示范题】(1)$\sqrt{5}\times\sqrt{6}=\sqrt{5\times 6}=\sqrt{30}$.

(2)$\sqrt{3}\times\sqrt{8}=\sqrt{3\times 8}=\sqrt{24}$.

(3)$4\sqrt{xy}\cdot\sqrt{\frac{1}{y}}=4\sqrt{xy\cdot\frac{1}{y}}=4\sqrt{x}$.

(4)$6\sqrt{27}\times(-2\sqrt{3})=6\times(-2)\times\sqrt{27\times 3}=-12\sqrt{81}=-108$.

课堂达标·练基础

题组

1. D **2.** A **3.** D. **4.** C **5.** A

6. 9 **7.** $a\sqrt{b}$ **8.** 1

9. 解析 $(x+1)^2-x(x+2y)-2x$

$=x^2+2x+1-x^2-2xy-2x=1-2xy$.

当 $x=\sqrt{3}+1,y=\sqrt{3}-1$ 时，

原式 $=1-2(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)$

$=1-2[(\sqrt{3})^2-1^2]$

$=1-2\times(3-1)=1-4=-3$.

10. 解析 (1)①原式$=\sqrt{9\times 25}=\sqrt{225}=15$.

②原式 $=\sqrt{\frac{1}{49}\times 16}=\sqrt{\frac{16}{49}}=\frac{4}{7}$.

(2)原式 $=\sqrt{\frac{27}{8}\times\frac{50}{3}}=\sqrt{\frac{9\times 25}{4}}=\frac{15}{2}$.

鉴前毖后

(1)由题意知 a,b 同号,但 b 不一定为正

(2)当 $b\geqslant 0$ 时,原式$=\frac{b}{2}$;

当 $b<0$ 时,原式$=-\frac{b}{2}$

2.积的算术平方根

自主学习·探新知

一、6 6 = 1.5 =

$\sqrt{ab}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}$ $a\geqslant 0$ $b\geqslant 0$ 积

二、$\sqrt{a^2}=a$

小题快练

1. √ **2.** × **3.** × **4.** ×

题型示范·知规律

【示范题 1】(1) $\sqrt{360}=\sqrt{36\times 10}=\sqrt{36}\times\sqrt{10}=6\sqrt{10}$.

(2) $\sqrt{25x^2y^2z^3}=\sqrt{25}\cdot\sqrt{x^2}\cdot\sqrt{y^2}\cdot\sqrt{z^2}\cdot\sqrt{z}=5xyz\sqrt{z}$.

课堂达标·练基础

题组一

1. B **2.** C **3.** A **4.** A **5.** D **6.** 3

7. 解析 (1) $\sqrt{729}=\sqrt{81\times 9}=\sqrt{81}\times\sqrt{9}=9\times 3=27$

(2) $\sqrt{54}=\sqrt{9\times 6}=\sqrt{9}\times\sqrt{6}=3\sqrt{6}$

(3) $\sqrt{9x^2y^2}=\sqrt{3^2}\times\sqrt{x^2}\times\sqrt{y^2}=3xy$.

题组二

1. A **2.** B **3.** $28\sqrt{2}$

4. 解析 $7@8@14=\sqrt{7\times 8\times 14}=\sqrt{7\times 8\times 7\times 2}=\sqrt{7^2\times 4^2}=7\times 4=28$.

5. 每张正方形彩纸的边长为 0.5m

鉴前毖后

(1)未讨论 a 的取值,直接应用 $\sqrt{a^2}=a$ 化简,出现错误

(2) 根据二次根式有意义的条件得 $-a^3\geqslant 0$, $\therefore a\leqslant 0$.

$\therefore$ 原式 $=\sqrt{a^2}\cdot\sqrt{-a}$

$=|a|\sqrt{-a}=-a\sqrt{-a}$

3.二次根式的除法

自主学习·探新知

一、**1.** $\frac{2}{3}$ $\frac{2}{3}$ =

2. $\frac{7}{10}$ $\frac{7}{10}$ = $\sqrt{\frac{a}{b}}$ $a\geqslant 0$ $b>0$ 商的算术平方根

二、$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ 除以

三、化去

四、**1.** 分母 **2.** 小于 2

小题快练

1. × **2.** × **3.** √ **4.** ×

题型示范·知规律

【示范题 1】(1) $\frac{\sqrt{72}}{\sqrt{6}}=\sqrt{\frac{72}{6}}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$.

(2) $\sqrt{1\frac{1}{2}}\div\sqrt{\frac{1}{6}}=\sqrt{\frac{3}{2}}\div\sqrt{\frac{1}{6}}=\sqrt{\frac{3}{2}\times 6}=3$.

【示范题 2】(1) $\sqrt{\frac{-3}{-64}}=\sqrt{\frac{3}{64}}=$

$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{64}}=\frac{\sqrt{3}}{8}$.

(2)$\sqrt{5\frac{4}{9}}=\sqrt{\frac{49}{9}}=\frac{\sqrt{49}}{\sqrt{9}}$

$=\frac{7}{3}$.

(3)$\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{2}\times\sqrt{5}}{2\sqrt{5}\times\sqrt{5}}$

$=\frac{\sqrt{10}}{10}$.

课堂达标·练基础

题组一

1. A **2.** C **3.** $x>3$ **4.** 4 −3

5. $\sqrt{3}$

6. 解析 (1)$-2\sqrt{2\frac{1}{2}}\div\sqrt{\frac{1}{10}}$

$=-2\sqrt{\frac{5}{2}\div\frac{1}{10}}=-2\sqrt{\frac{5}{2}\times10}$

$=-10$

(2)$\sqrt{3a^3}\div\sqrt{\frac{a}{3}}=\sqrt{3a^3\times\frac{3}{a}}$

$=\sqrt{9a^2}=3a$

题组二

1. B **2.** C

3. (1)$\frac{\sqrt{6ab}}{3a}$ (2)$\frac{\sqrt{x}}{x}$

4. 解析 (1)$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{24}}=\frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{6}}$

$=\frac{\sqrt{5}\times\sqrt{6}}{2\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{30}}{12}$.

(2)$\frac{\sqrt{3m}}{\sqrt{6m}}=\sqrt{\frac{3m}{6m}}$

$=\sqrt{\frac{1}{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

5. 解析 在 Rt△ABC 中,

$\angle C=90°$, $AC=2\frac{1}{2}$cm, $AB=4$cm,

由勾股定理得 $BC=\sqrt{AB^2-AC^2}$

$=\sqrt{4^2-(2\frac{1}{2})^2}=\sqrt{16-\frac{25}{4}}=$

$\sqrt{\frac{39}{4}}=\frac{\sqrt{39}}{2}$(cm).

鉴前毖后

(1)①

(2)二次根式乘除混合运算应从左到右进行，原式$=\sqrt{2}\times\frac{1}{\sqrt{3}}\times\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{2}}{3}$

21.3 二次根式的加减

第 1 课时

自主学习·探新知

一、相同 二、加减 不变

小题快练

1. √ **2.** × **3.** × **4.** √

题型示范·知规律

【示范题 1】D $\sqrt{24}=2\sqrt{6}$；

$\sqrt{18}=3\sqrt{2}$；

$\sqrt{30}$ 不能再简化；

$\sqrt{48}=4\sqrt{3}$；$\sqrt{54}=3\sqrt{6}$，

∴ $\sqrt{24}$ 与 $\sqrt{54}$ 是同类二次根式,故选 D .

【示范题 2】$\sqrt{8}=2\sqrt{2}$，

$-3\sqrt{\frac{1}{2}}=-\frac{3}{2}\sqrt{2}$，

∴ 原式$=2\sqrt{2}-\frac{3}{2}\sqrt{2}+\sqrt{2}$

$=\left(2-\frac{3}{2}+1\right)\sqrt{2}=\frac{3}{2}\sqrt{2}$.

答案 $\frac{3}{2}\sqrt{2}$

课堂达标·练基础

题组一

1. C **2.** B

3. $2\sqrt{5}$(答案不唯一) **4.** 3

5. 解析 若最简二次根式 $\sqrt{m-2}$ 与 $\sqrt{26-m}$ 是同类二次根式，则 $m-2=26-m$，解得 $m=14$.当 $m=14$ 时，$m-2=12$, $26-m=12$，

$\sqrt{m-2}$ 与 $\sqrt{26-m}$ 都不是最简二次根式,故不存在实数m，使最简二次根式 $\sqrt{m-2}$ 与 $\sqrt{26-m}$ 是同类二次根式.

6. 解析 假设它们是同类二次根式.

则$\begin{cases}\frac{1}{2}(2x-y)=\frac{1}{2}(y+6)=2\\x+y=3x+y-2,\end{cases}$

解得$\begin{cases}x=1,\\y=-2.\end{cases}$

∵ 当$\begin{cases}x=1,\\y=-2\end{cases}$时,

$x+y=-1$, $3x+y-2=-1$.

∴ 两根式都没有意义，

∴ 假设错误，它们不是同类二次根式.

题组二

1. A **2.** C **3.** $\frac{5}{2}\sqrt{3}$ **4.** $-14\sqrt{2}$

5. 解析 ∵ $BD\perp AC$, $AD=8$, $BD=4$, $CD=2$，

∴ $AB=\sqrt{8^2+4^2}=\sqrt{80}=4\sqrt{5}$.

$BC=\sqrt{2^2+4^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$，

∴ △ABC 的周长为 $10+6\sqrt{5}$ cm.

答案 $(10+6\sqrt{5})$

6. 解析 (1)原式$=2\sqrt{3}-14\sqrt{3}+12\sqrt{3}=0$

(2)原式$=\sqrt{48}+\sqrt{20}+\sqrt{12}-\sqrt{5}=4\sqrt{3}+2\sqrt{5}+2\sqrt{3}-\sqrt{5}=6\sqrt{3}+\sqrt{5}$.

鉴前毖后

(1)③ (2)$\sqrt{2}$ 与 $\sqrt{3}$ 不是同类二次根式,不能合并

第 2 课时

自主学习·探新知

(1)$6\sqrt{2}+2\sqrt{3}$ (2)$6-2\sqrt{3}$

(3)$-1-3\sqrt{3}$ (4)-23

1. 乘方 乘除 加减 左 右

2. 整式

小题快练

1. √ **2.** × **3.** √ **4.** √

题型示范·知规律

【示范题 1】(1) 原式 $=2-\sqrt{6}+\sqrt{6}=2$.

答案 2

(2)原式 $=5\sqrt{16}-6\sqrt{9}+4\sqrt{5}$
$=20-18+4\sqrt{5}=2+4\sqrt{5}$.

【示范题 2】

(1)$(2\sqrt{3}+3\sqrt{2})(2\sqrt{3}-3\sqrt{2})=(2\sqrt{3})^2-(3\sqrt{2})^2$
$=12-18=-6$.

(2)$(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})-(1+\sqrt{2})^2=2^2-(\sqrt{3})^2-(1+2\sqrt{2}+2)=4-3-1-2\sqrt{2}-2=-2-2\sqrt{2}$.

课堂达标·练基础

题组一

1. B **2.** -6 **3.** $\frac{1}{2}$ **4.** 2

题组二

1. C **2.** $4+2\sqrt{3}$ **3.** $-7+6\sqrt{2}$

4. $3-2\sqrt{2}$

5. 解析 由已知得 $a+b=(\sqrt{2}-1)+(\sqrt{2}+1)=2\sqrt{2}$,
$ab=(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)=1$,
(1)$a^2b+ab^2=ab(a+b)$,把 $a+b=2\sqrt{2}$,$ab=1$ 代入得
$a^2b+ab^2=1\times2\sqrt{2}=2\sqrt{2}$.

(2)$\frac{b}{a}+\frac{a}{b}=\frac{a^2+b^2}{ab}=\frac{(a+b)^2-2ab}{ab}$,把 $a+b=2\sqrt{2}$,$ab=1$ 代入得 $\frac{b}{a}+\frac{a}{b}=\frac{(2\sqrt{2})^2-2\times1}{1}=8-2=6$.

鉴前毖后

(1)②

(2)除法没有分配律,不能用分配律计算.原式 $=3\sqrt{x}\div\sqrt{x}=3$

单元评价检测(一)(第 21 章)

1. C **2.** D **3.** B **4.** C **5.** C

6. C **7.** $9\sqrt{2}$ **8.** $\geq\frac{1}{2}$ 且 $x\neq2$

9. 8 **10.** 4 **11.** $2m-10$

12. (1)$6-2\sqrt{15}$ (2)1
(3)$5-2\sqrt{3}$

13. 解析 原式 $=\left[\frac{a-2}{a(a+2)}-\frac{a-1}{(a+2)^2}\right]\div\frac{a-4}{a+2}=\frac{a-4}{a(a+2)^2}\times\frac{a+2}{a-4}=\frac{1}{a(a+2)}$.

代入 $a=\sqrt{2}-1$ 得,
$\frac{1}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}-1+2)}=\frac{1}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}=1$.

14. 解析 原式 $=(2\sqrt{5}+1)\left(\frac{\sqrt{2}-1}{2-1}+\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{3-2}+\frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{4-3}+\cdots+\frac{\sqrt{100}-\sqrt{99}}{100-99}\right)$
$=(2\sqrt{5}+1)[(\sqrt{2}-1)+(\sqrt{3}-\sqrt{2})+(\sqrt{4}-\sqrt{3})+\cdots+(\sqrt{100}-\sqrt{99})]$
$=(2\sqrt{5}+1)\cdot(\sqrt{100}-1)$
$=9(2\sqrt{5}+1)=18\sqrt{5}+9$.

15. 解析 (1)∵ 汽车以每小时 $x$km 的速度匀速行驶时($70\leq x\leq110$),每千米耗油 $\left(\frac{1}{18}+\frac{450}{x^2}\right)$L

$\therefore y=x\cdot\left(\frac{1}{18}+\frac{450}{x^2}\right)=\frac{x}{18}+\frac{450}{x}(70\leq x\leq110)$.

(2)根据材料得:当 $\frac{x}{18}=\frac{450}{x}$ 时有最小值,解得:$x=90$.

∴ 该汽车的经济时速为 90km/h.

当 $x=90$ 时,百千米耗油量为 $100\times\left(\frac{1}{18}+\frac{450}{8100}\right)\approx11.1$(L).

第 22 章 一元二次方程

22.1 一元二次方程

自主学习·探新知

一、一 2 整式

二、$ax^2+bx+c=0$ $a\neq0$ 二次项 一次项 常数项

小题快练

1. × **2.** √ **3.** × **4.** ×

题型示范·知规律

【示范题 1】①分母中含有字母,不是整式方程;②整理后方程为 $-3x-5=0$ 是一元一次方程;④中含有两个未知数,所以①②④均不是一元二次方程.是一元二次方程的有:③⑤⑥.

题组一

1. D **2.** B **3.** B **4.** B **5.** A

6. 解析 (1)去括号得,$x^2-4=3x^2+2x$,

移项得，$-2x^2-2x-4=0$，即 $x^2+x+2=0$，所以二次项系数为1，一次项系数为1，常数项为2.

(2)去括号，移项合并得，$(1-2a)x^2-2ax=0$，所以二次项系数为 $1-2a$，一次项系数为 $-2a$，常数项为0.

题组二

1. B **2.** B **3.** $x^2+x-72=0$

4. $x^2+2x-35=0$

5. 解析 依题意，2021年所缴税额为 $40+40x=40(1+x)$，2022年所缴税额为 $40(1+x)+40(1+x)\cdot x=40(1+x)^2=48.4$.

答案 $40(1+x)^2=48.4$

鉴前毖后

(1)④ (2)当 $k=1$ 时，方程是一元一次方程，当 $k=0$ 时，方程是一元二次方程，都符合题意，所以 $k=0$ 或1.选C

22.2 一元二次方程的解法

1.直接开平方法和因式分解法

第1课时

自主学习·探新知

一、**1.** 直接开平方

2. (2) $\pm\sqrt{p}$ (3) $\sqrt{p}$ $-\sqrt{p}$

二、一元一次

小题快练

1. × **2.** × **3.** √ **4.** ×

题型示范·知规律

【示范题1】(1)两边开平方，得 $x=\pm\sqrt{11}$，

所以 $x_1=\sqrt{11}$，$x_2=-\sqrt{11}$.

(2)两边同除以64，得 $x^2=\frac{49}{64}$，

根据平方根的意义，得 $x=\pm\frac{7}{8}$，

所以 $x_1=\frac{7}{8}$，$x_2=-\frac{7}{8}$.

(3)移项得 $9x^2=25$，

两边同除以9，得 $x^2=\frac{25}{9}$.

根据平方根的意义，得 $x=\pm\frac{5}{3}$，

所以 $x_1=\frac{5}{3}$，$x_2=-\frac{5}{3}$.

【示范题2】(1)移项，得 $5x^2-4x=0$，

方程左边分解因式，得

$x(5x-4)=0$，所以 $x=0$ 或 $5x-4=0$，

得 $x_1=0$，$x_2=\frac{4}{5}$.

(2)方程左边分解因式，得

$x[7(x+2)+3]=0$，

即 $x(7x+17)=0$，

所以 $x=0$ 或 $7x+17=0$，

得 $x_1=0$，$x_2=-\frac{17}{7}$.

课堂达标·练基础

题组一

1. C **2.** C **3.** D **4.** C **5.** $\pm\sqrt{3}$

题组二

1. C **2.** B **3.** C **4.** $x=6$

鉴前毖后

(1)① (2) x^2，y^2 均为非负数.

$\therefore x^2+y^2+1$ 不能等于 -2，

$\therefore x^2+y^2+1=2$，$\therefore x^2+y^2=1$.

答案 1

第2课时

自主学习·探新知

一、**1.** $\sqrt{p}$ $-\sqrt{p}$

2. $\frac{-n+\sqrt{p}}{m}$ $\frac{-n-\sqrt{p}}{m}$

3. $\frac{-an+\sqrt{ab}}{am}$ $\frac{-an-\sqrt{ab}}{am}$

二、不能

小题快练

1. × **2.** × **3.** √ **4.** √

题型示范·知规律

【示范题1】(1) $x^2+2x+1=3$，

$(x+1)^2=3$，$x+1=\pm\sqrt{3}$，

$x=-1\pm\sqrt{3}$，$x_1=-1+\sqrt{3}$，

$x_2=-1-\sqrt{3}$.

(2) $4y^2-12y+9=16$，$(2y-3)^2=16$，

$2y-3=\pm4$，$y=\frac{3\pm4}{2}$，

$y_1=\frac{7}{2}$，$y_2=-\frac{1}{2}$.

【示范题2】 $2(x-3)=3x(x-3)$，

$2(x-3)-3x(x-3)=0$，

$(x-3)(2-3x)=0$，所以

$x-3=0$ 或 $2-3x=0$，

所以 $x_1=3$，$x_2=\frac{2}{3}$.

课堂达标·练基础

题组一

1. C **2.** D **3.** C

4. $x_1=4+\sqrt{3}$，$x_2=4-\sqrt{3}$

5. 0 **6.** -7 或 -1

7. 解析 由题意知：$3y^2-6y+3=6$，

$\therefore y^2-2y+1=2$， 即 $(y-1)^2=2$，

$\therefore y-1=\pm\sqrt{2}$，$\therefore y_1=1+\sqrt{2}$，

$y_2=1-\sqrt{2}$.

8. 解析 (1)原方程可化为

$(x-2)^2=7$，根据平方根的意义，

得 $x-2=\pm\sqrt{7}$，

所以 $x_1=2+\sqrt{7}$，$x_2=2-\sqrt{7}$.

(2)原方程可化为 $(3x+2)^2=9$，

根据平方根的意义，得

$3x+2=\pm3$，所以 $x_1=\frac{1}{3}$，$x_2=-\frac{5}{3}$.

题组二

1. D **2.** D **3.** $x_1=\frac{2}{3}$， $x_2=\frac{4}{3}$

4. 解析 因式分解，得

$(2x-1+x)(2x-1-x)=0$，即

$(3x-1)(x-1)=0$,

于是得 $3x-1=0$ 或 $x-1=0$,

$\therefore x_1=\frac{1}{3}, x_2=1$.

鉴前毖后

(1)②

(2)$4y-5=\pm7$, 即 $4y=5\pm7$.所以 $y_1=3, y_2=-\frac{1}{2}$

2.配 方 法

自主学习·探新知

1. 完全平方式 非负常数 直接开平方

2. (1)一般 (2)常数项 (3)1

(4)一次项系数一半的平方 完全平方式

(5)直接开平方

小题快练

1. √ 2. × 3. × 4. √

题型示范·知规律

【示范题 1】两边都除以 3,得

$x^2-\frac{4}{3}x+\frac{1}{3}=0$,移项,得 $x^2-\frac{4}{3}x=-\frac{1}{3}$,配方,得 $x^2-\frac{4}{3}x+\left(-\frac{2}{3}\right)^2=-\frac{1}{3}+\left(-\frac{2}{3}\right)^2$, 所以 $\left(x-\frac{2}{3}\right)^2=\frac{1}{9}$,所以 $x_1=1, x_2=\frac{1}{3}$.

课堂达标·练基础

题组一

1. D 2. B 3. D

4. (1)4 2 (2)16 4 (3)$\frac{49}{16}$ $\frac{7}{4}$

5. 55

6. 解析 $x^2-4x=-1$.

$\therefore x^2-4x+4=3$,即$(x-2)^2=3$,

$\therefore x-2=\pm\sqrt{3}$,

$\therefore x_1=2+\sqrt{3}, x_2=2-\sqrt{3}$.

7. 解析 原方程可化为:

$4x^2-4x+1=3x^2+2x-7$.移项,得

$x^2-6x+8=0$,配方,得$(x-3)^2=1$,

所以 $x-3=\pm1$,所以 $x_1=2, x_2=4$.

8. 解析 移项得 $6x^2-x=12$,

方程两边都除以 6,得 $x^2-\frac{1}{6}x=2$

配方,得 $x^2-\frac{1}{6}x+\left(-\frac{1}{12}\right)^2$

$=2+\left(-\frac{1}{12}\right)^2$,

即$\left(x-\frac{1}{12}\right)^2=\left(\frac{17}{12}\right)^2$,所以

$x-\frac{1}{12}=\frac{17}{12}$ 或 $x-\frac{1}{12}=-\frac{17}{12}$,

解得 $x_1=\frac{3}{2}, x_2=-\frac{4}{3}$.

题组二

1. B 2. B 3. −2 4. 2 1

5. 解析 由题意得,$4y^2-20y+25=0$,

配方得,$(2y-5)^2=0$,

开方得,$2y-5=0$.所以 $y_1=y_2=\frac{5}{2}$.

即当 $y=\frac{5}{2}$时,代数式

$4y^2-20y+25$ 的值是 0.

6. 证明 $-x^2-4x+5=-(x^2+4x)+5=$

$-(x^2+4x+4-4)+5=-(x+2)^2+9$,

$\because -(x+2)^2\leqslant0$, $\therefore -(x+2)^2+9\leqslant9$,

即 $-x^2-4x+5\leqslant9$,

$\therefore$ 无论 x 取何值,此二次三项式的值都不大于 9.

鉴前毖后

(1)①

(2)代数式除以 2 后和原来的代数式不符.

应为:原式 $=2(x^2-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2})$

$=2\left(x-\frac{1}{4}\right)^2+\frac{7}{8}$,

即代数式的最小值为$\frac{7}{8}$

3.公 式 法

自主学习·探新知

(1)$-c$ (2)$\frac{b}{a}$ $-\frac{c}{a}$

(3)$\left(\frac{b}{2a}\right)^2$ $-\frac{c}{a}$ $\left(\frac{b}{2a}\right)^2$ $\frac{b}{2a}$

$\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ $\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ $\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

小题快练

1. × 2. × 3. × 4. ×

题型示范·知规律

【示范题 2】(1)$\because a=1, b=5, c=-1$,

$\therefore b^2-4ac=25+4=29>0$,

$\therefore x=\frac{-5\pm\sqrt{29}}{2}$, $\therefore x_1=\frac{-5+\sqrt{29}}{2}$

$x_2=\frac{-5-\sqrt{29}}{2}$.

(2)开平方,得 $x-1=\pm\sqrt{3}$,

$\therefore x_1=1+\sqrt{3}, x_2=1-\sqrt{3}$,

(3)移项,得 $x^2-3x=0$,因式分解,得 $x(x-3)=0$,

于是得 $x=0$ 或 $x-3=0$

$\therefore x_1=0$, $x_2=3$.

(4)配方,得$(x-1)^2=5$,

$\therefore x-1=\pm\sqrt{5}$,

$\therefore x_1=1+\sqrt{5}, x_2=1-\sqrt{5}$,

课堂达标·练基础

题组一

1. C 2. D 3. D

4. $2x^2+5x-4=0$ 57 $\frac{-5+\sqrt{57}}{4}$

$\frac{-5-\sqrt{57}}{4}$

5. 解析 $a=1, b=3, c=-2$,

$b^2-4ac=3^2-4\times1\times(-2)=17$,

$\therefore x=\frac{-3\pm\sqrt{17}}{2}$,$\therefore x_1=\frac{-3+\sqrt{17}}{2}$,

$x_2=\frac{-3-\sqrt{17}}{2}$.

6. 解析 原方程可化为 $2x^2-5x-7=0$,

$\therefore a=2,b=-5,c=-7$,

$\therefore b^2-4ac=(-5)^2-4\times2\times(-7)=81$,

$\therefore x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{81}}{2\times2}=\frac{5\pm9}{4}$.

$\therefore x_1=-1,x_2=\frac{7}{2}$.

题组二

1. D 2. D 3. C 4. C

5. (1)因式分解 (2)直接开平方

6. 2 或 −1

7. 解析 (1)$(x+2)^2=\frac{16}{9}$,所以 $x+2=\pm\frac{4}{3}$,所以 $x=-2\pm\frac{4}{3}$,即 $x_1=-\frac{2}{3},x_2=-\frac{10}{3}$.

(2) 原方程变形为 $(x-1)(x-1-1)=0$,即 $(x-1)(x-2)=0$. 所以 $x_1=1,x_2=2$.

(3)因为 $a=4,b=-4\sqrt{2},c=1$,所以 $b^2-4ac=(-4\sqrt{2})^2-4\times4\times1=16$.

所以 $x=\frac{4\sqrt{2}\pm\sqrt{16}}{2\times4}=\frac{\sqrt{2}\pm1}{2}$,

即 $x_1=\frac{\sqrt{2}+1}{2},x_2=\frac{\sqrt{2}-1}{2}$.

(4)原方程变形为

$(3x-4)^2-3(3x-4)=0$,

所以$(3x-4)(3x-4-3)=0$.

所以 $3x-4=0$ 或 $3x-7=0$,所以 $x_1=\frac{4}{3},x_2=\frac{7}{3}$.

鉴前毖后

(1)①

(2)没有将方程化为一般形式,从而把 a,b,c 的值弄错,$a=3,b=-5,c=-1,b^2-4ac=37$,

$\therefore x=\frac{5\pm\sqrt{37}}{6}$,

$\therefore x_1=\frac{5+\sqrt{37}}{6},x_2=\frac{5-\sqrt{37}}{6}$.

4.一元二次方程根的判别式

自主学习·探新知

一、b^2-4ac b^2-4ac

二、1. 两个不相等 2. 两个相等 3. 无

小题快练

1. × 2. √ 3. √ 4. √

题型示范·知规律

【示范题 2】(1)$\Delta=b^2-4ac=4-4(2k-4)=20-8k$.

$\because$ 方程有两个不相等的实数根,

$\therefore 20-8k>0,\therefore k<\frac{5}{2}$.

(2)$\because k$ 为正整数,$\therefore 0<k<\frac{5}{2}$(且 k 为整数),满足条件的 k 为 1 或2;一元二次方程 $x^2+2x+2k-4=0$ 的解为 $x=-1\pm\sqrt{5-2k}$.

$\because$ 方程的根为整数,$\therefore 5-2k$ 为完全平方数.当 $k=1$ 时,$5-2k=3$,不是完全平方数;当 $k=2$ 时,$5-2k=1$,是完全平方数.

$\therefore k=2$.

课堂达标·练基础

题组一

1. A 2. C 3. A 4. C

5. 证明 $\Delta=(k+1)^2-4\times1\times\left(\frac{1}{2}k^2+1\right)$

$=k^2+2k+1-2k^2-4=-k^2+2k-3$

$=-(k^2-2k+1)+1-3=-(k-1)^2-2$.

$\because (k-1)^2\geqslant0,\therefore -(k-1)^2\leqslant0$,

$\therefore -(k-1)^2-2\leqslant-2$,

即$-(k-1)^2-2$ 恒小于 0,

$\therefore$ 不论 k 取何值,原方程总无实数根.

题组二

1. C 2. B 3. B 4. D 5. 0(答案不唯一,只要满足 $m<\frac{1}{4}$ 都行)

6. 解析 $\because$ 一元二次方程 $2x^2+tx+2=0$ 的二次项系数 $a=2$,一次项系数 $b=t$,常数项 $c=2$,$\therefore \Delta=t^2-4\times2\times2=t^2-16=0$,解得,$t=\pm4$,$\therefore$ 当 $t=4$ 或 $t=-4$ 时,原方程有两个相等的实数根.

鉴前毖后

(1)①

(2)因为关于 x 的方程有两个实数根,所以 $m^2\neq0$,且$(2m+1)^2-4m^2\geqslant0$,解得 $m\geqslant-\frac{1}{4}$,且 $m\neq0$.所以当 $m\geqslant-\frac{1}{4}$,且 $m\neq0$ 时,方程有两个实数根

*5.一元二次方程的根与系数的关系

自主学习·探新知

一、$\frac{-p+\sqrt{p^2-4q}}{2}$ $\frac{-p-\sqrt{p^2-4q}}{2}$

$\frac{-p+\sqrt{p^2-4q}}{2}$ $\frac{-p-\sqrt{p^2-4q}}{2}$

$-p$ $\frac{-p+\sqrt{p^2-4q}}{2}$

$\frac{-p-\sqrt{p^2-4q}}{2}$ $\frac{p^2-(p^2-4q)}{4}$ q

二、$-\frac{b}{a}$ $\frac{c}{a}$

小题快练

1. √ 2. × 3. √ 4. √

题型示范·知规律

【示范题 1】$\because$ 关于 x 的方程 x^2+

$x+n=0$ 有两个实数根 -2，m

$\therefore \begin{cases} -2m=n, \\ -2+m=-1, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} m=1, \\ n=-2, \end{cases}$

即 m，n 的值分别是 1，-2.

课堂达标·练基础

题组一

1. D **2.** A **3.** $2+\sqrt{5}$ **4.** -9

5. -1

6. 解析 $\because$ 关于 x 的一元二次方程 $x^2-4x+k-3=0$ 有两个实数根，

$\therefore \Delta=16-4\times1\times(k-3)\geqslant0$，解得 $k\leqslant7$；由根与系数的关系，得 $x_1+x_2=4$，$x_1\cdot x_2=k-3$，把 $x_1=3x_2$ 代入 $x_1+x_2=4$，得 $x_1=3$，$x_2=1$，

$\therefore k=x_1x_2+3=3\times1+3=6$.

故方程两根为 $x_1=3$，$x_2=1$，$k=6$.

题组二

1. D **2.** D **3.** D **4.** A **5.** B

6. 解析 (1) 答案不唯一，如取 $m=4$，则原方程变为 $x^2+3x-3=0$.

$\because \Delta=9+12=21>0$，

$\therefore$ 符合方程有两个不相等的实数根

(2) $\because x_1+x_2=-3$，$x_1x_2=-3$，

$\therefore x_1x_2+x_1+x_2=-3-3=-6$.

鉴前毖后

(1)①

(2) 由根与系数的关系得 $x_1+x_2=-6$，$x_1\cdot x_2=-11$，

$\therefore x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=(-6)^2-2\times(-11)=58$.

22.3 实践与探索

第 1 课时

自主学习·探新知

1. $a(1+x)$ $a(1+x)^2$

2. a x n b

小题快练

1. √ **2.** √

题型示范·知规律

【示范题 1】(1) 根据小亮的设计方案列方程，得：

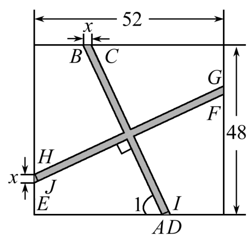
$(52-x)(48-x)=2\,300$

解这个方程，得：

$x_1=2$，$x_2=98$(舍去)，

$\therefore$ 小亮设计方案中小路的宽度为 2m.

(2) 作 $AI\perp CD$，$HJ\perp EF$，垂足分别为 I，J.



图②

$\because AB/\!/CD$，$\angle1=60°$，

$\therefore \angle ADI=60°$.

$\because BC/\!/AD$，

$\therefore$ 四边形 $ADCB$ 为平行四边形.

$\therefore BC=AD$.

由(1)得 $x=2$，$\therefore BC=HE=2=AD$.

在 $\mathrm{Rt}\triangle ADI$ 中，$AI=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}$. 同理 $HJ=\sqrt{3}$，

$\therefore$ 小颖设计方案中四块绿地的总面积 $52\times48-52\times2-48\times2+(\sqrt{3})^2=2299(\mathrm{m}^2)$.

【示范题 2】设捐款增长率为 x，$10\,000(1+x)^2=12\,100$，解得 $x_1=0.1=10\%$，$x_2=-2.1$(不合题意，舍去)，所以第四天该单位能收到 $12\,100\times(1+10\%)=13\,310$ 元捐款.

答：(1) 捐款增长率为 10%.

(2) 按照(1)中收到捐款的增长速度，第四天该单位能收到捐款 13 310 元.

课堂达标·练基础

题组一

1. B

2. (1) 当 $x=100$ 时，游乐场的面积为 20 000m².

(2) 当 $x=50$ 时，游乐场的面积为 22 500m².

(3) 游乐场的面积不能为 23 000m².

理由：当水上游乐场的面积达到 23 000m²，即有 $(100+x)\cdot\dfrac{600-2(100+x)}{2}=23\,000$，

整理得

$-x^2+100x+20000=23\,000$

即 $x^2-100x+3000=0$

$\Delta=100^2-4\times3000$

$=-2000<0$

方程无解，所以游乐场面积不能等于 23 000m²

题组二

1. B

2. 3 月份到 5 月份营业额的月平均增长率为 20%

3. (1) 这种玩具的进价为 20 元.

(2) 平均每次降价的百分率为 16.7%.

鉴前毖后

(1)④

(2) 由上面①②③的解法知：$x_1=7.5$，$x_2=10$.

当 $x=7.5$ 时，$35-2x=35-15=20>18$，故 $x=7.5$ 舍去；当 $x=10$ 时，$35-2x=35-20=15$.

答：自行车棚的长和宽分别为

15m 和 10m

第 2 课时

自主学习 · 探新知

一、**1.** t **2.** $0\leqslant t\leqslant5$

二、**1.** 进价 **2.** 进价

3. 销售量 总支出

三、**1.** $m(m-1)\div2$ **2.** $m(m-1)$

小题快练

1. √ **2.** √ **3.** × **4.** ×

题型示范 · 知规律

【示范题 1】**A** ∵ 在矩形 $ABCD$ 中,$CD=AB=3,\angle D=90°$,$AD=4$,∴ 在 Rt△ACD 中由勾股定理知 $AC=\sqrt{AD^2+CD^2}=5$,由折叠可知 $CD'=CD=3,ED'=ED,AD'=5-3=2,\angle AD'E=90°$,设 $ED=x$,则在 Rt△$AD'E$ 中,$ED'=x$,$AE=4-x$,由勾股定理可得方程 $(4-x)^2=2^2+x^2$,解得,$x=\frac{3}{2}$.

课堂达标 · 练基础

题组一

1. D **2.** B **3.** 答案不唯一,如 $x(x+1)+1\cdot x=24$ **4.** 1 **5.** 2.5

题组二

1. C **2.** 每件衬衫应降价 20 元

3. 解析 (1)销售量:$500-5\times10=450$(kg);

销售利润:$450\times(55-40)=450\times15=6\,750$(元).

(2)$y=(x-40)[500-10(x-50)]=-10x^2+1\,400x-40\,000$.

(3)由于水产品不超过 $10\,000\div40=250$(kg),

销售单价为 x 元,

则$(x-40)[500-10(x-50)]=8\,000$,

解得:$x_1=80,x_2=60$.

当 $x=80$ 时,$500-10\times(80-50)=200$kg<250kg,满足题意.

当 $x=60$ 时,$500-10\times(60-50)=400$kg>250kg,舍去

答:销售单价应为 80 元

鉴前毖后

(1)③

(2)当 $x=55$ 时,$80-2x=-30<0$,$60-2x=-50<0$,不符合题意,舍去;当 $x=15$时,$80-2x=50>0$,$60-2x=30>0$,符合题意,所以 $x=15$.答:截去的小正方形的边长为 15cm

单元评价检测(二)(第 22 章)

1. C **2.** C **3.** C **4.** A **5.** D

6. B **7.** D

8. $x_1=\frac{-7+\sqrt{109}}{10},x_2=\frac{-7-\sqrt{109}}{10}$

9. -6 **10.** -3或3 **11.** $k\leqslant4$ **12.** 8

13. 解析 (1)这里 $a=2,b=-7,c=3$.

$\Delta=b^2-4ac=(-7)^2-4\times2\times3=49-24=25>0$,所以 $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{7\pm\sqrt{25}}{4}=\frac{7\pm5}{4}$,所以 $x_1=3,x_2=\frac{1}{2}$.

(2)移项得,

$7x(5x+2)-6(5x+2)=0$.

所以$(7x-6)(5x+2)=0$,即

$7x-6=0$ 或者 $5x+2=0$,解得:

$x_1=\frac{6}{7},x_2=-\frac{2}{5}$.

14. (1)$y=10x^2+90x$(x 为正整数).

(2)前 9 个月的利润和等于 1 620 万元

15. 解析 (1)∵ 一元二次方程为 $x^2-(2k+1)x+k^2+k=0$,

$\Delta=[-(2k+1)]^2-4(k^2+k)=1>0$,

∴ 此方程有两个不相等的实数根.

(2)∵ △ABC 的两边 AB,AC 的长是这个方程的两个实数根,由(1)知,$AB\neq AC$,△ABC 第三边 BC 的长为 5,且△ABC 是等腰三角形,

∴ 必然有 $AB=5$ 或 $AC=5$,

即$x=5$是原方程的一个解.将 $x=5$ 代入方程 $x^2-(2k+1)x+k^2+k=0$,$25-5(2k+1)+k^2+k=0$,

解得:$k=4$ 或 $k=5$.

当 $k=4$ 时,原方程为 $x^2-9x+20=0$,$x_1=5,x_2=4$,以 5,5,4 为边长能构成等腰三角形;当 $k=5$ 时,原方程为 $x^2-11x+30=0$,$x_1=5,x_2=6$,以 5,5,6 为边长能构成等腰三角形.(必须检验方程的另一个解大于 0 小于 10 且不等于 5).

∴k 的值为 4 或 5.

16. (1)4 月份的销量为 125 辆.

(2)设 A 型购进 x 辆,则 B 型购进 $\frac{30\,000-500x}{1\,000}$ 辆,根据题意得:$2\times\frac{30\,000-500x}{1\,000}\leqslant x\leqslant2.8\times\frac{30\,000-500x}{1\,000}$,解得 $30\leqslant x\leqslant35$,设总利润为 w,则 $w=(700-500)x+(1\,300-1\,000)\times\frac{30\,000-500x}{1\,000}=200x+9\,000-150x=50x+9\,000$,∵$50>0$,∴$w$ 随着 x 的增大而增大.当 $x=35$ 时,$\frac{30\,000-500x}{1\,000}=12.5$(不符合题意).当 $x=34$ 时,$\frac{30\,000-500x}{1\,000}=13$

$\therefore$ 应进 A 型车 34 辆，B 型车 13 辆.

期中综合检测（第 21、22 章）

1. A **2.** B **3.** C **4.** A **5.** D

6. C **7.** A **8.** B **9.** C **10.** D

11. $\geqslant -2$ 且 $x\neq1$ 且 $x\neq2$

12. $(4,-4)$ **13.** 1 **14.** 5 **15.** 1

16. 10 **17.** (1) $k<1$ (2) $x_1=-3,x_2=1$

18. $\frac{1}{2}$ 或 $-\frac{11}{50}$

19. (1) 6 (2) $3\sqrt{15}+\sqrt{6}$

20. 解析 (1) 方法一(配方法)：将方程 $x^2-10x+9=0$，变形为：$x^2-10x=-9$，配方，$x^2-10x+25=-9+25$，整理得 $(x-5)^2=16$，解得 $x_1=1,x_2=9$.方法二(求根公式法)：因为 $a=1,b=-10,c=9$，$\Delta=100-36=64>0$，由求根公式解得，$x_1=1,x_2=9$.

(2) 原方程可化为

$5(x+3)^2-2(x+3)=0$，因式分解，得 $(x+3)[5(x+3)-2]=0$，

即 $(x+3)(5x+13)=0$，所以 $x+3=0$ 或 $5x+13=0$，所以 $x_1=-3$，$x_2=-\frac{13}{5}$.

21. 解析 (1) $\Delta=[-(4k+1)]^2-4k(3k+3)=(2k-1)^2$，

$\because k$ 是整数，$\therefore k\neq\frac{1}{2}$，$2k-1\neq0$，

$\therefore \Delta=(2k-1)^2>0$，$\therefore$ 方程有两个不相等的实数根.

(2) y 是变量 k 的函数，解方程得：

$x=\frac{(4k+1)\pm\sqrt{(2k-1)^2}}{2k}$，

$\therefore x=3$ 或 $x=1+\frac{1}{k}$.$\because k$ 是整数，$\frac{1}{k}\leqslant1$，$1+\frac{1}{k}\leqslant2<3$，

又 $\because x_1<x_2$，$\therefore x_1=1+\frac{1}{k}$，$x_2=3$.

$\therefore y=3-\left(1+\frac{1}{k}\right)-2=-\frac{1}{k}$，

$\therefore y$ 是 k 的函数.

22. 解析 原式 $=\frac{(a+b)(a-b)}{a}\div\left(\frac{2ab-b^2}{a}-\frac{a^2}{a}\right)=\frac{(a+b)(a-b)}{a}\div\left(\frac{2ab-b^2-a^2}{a}\right)$

$=\frac{(a+b)(a-b)}{a}\times\frac{a}{-(a-b)^2}$

$=-\frac{a+b}{a-b}$，

当 $a=1+\sqrt{2}$，$b=1-\sqrt{2}$ 时，

原式 $=-\frac{1+\sqrt{2}+1-\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}-1+\sqrt{2}}=-\frac{2}{2\sqrt{2}}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

23. (1) 剩余部分的面积 $=ab-4x^2$

(2) 正方形边长为 $\sqrt{3}$

24. (1) $\sqrt{7}-\sqrt{6}$

(2) $3\sqrt{2}-\sqrt{17}$

(3) $\sqrt{n+1}-\sqrt{n}$

25. 解析 (1) 设平均每次下调的百分率为 x，则 $6\,000(1-x)^2=4\,860$.

解得 $x_1=0.1$ 或 $x_2=1.9$(舍去)，故平均每次下调的百分率为 10%.

(2) 方案①购房优惠：$4\,860\times100\times0.02=9\,720$(元)，

方案②购房优惠：$80\times100=8\,000$(元)，故选择方案①更优惠.

26. 解析 (1) 不是.

解方程 $x^2+x-12=0$ 得，$x_1=-4$，$x_2=3$.

$|x_1|+|x_2|=4+3=2\times|3.5|$.

$\because 3.5$ 不是整数，

$\therefore$ 方程 $x^2+x-12=0$ 不是“偶系二次方程”.

(2) 存在.

$\because$ 方程 $x^2-6x-27=0$，$x^2+6x-27=0$ 是“偶系二次方程”，$\therefore$ 假设 $c=mb^2+n$. 当 $b=-6$，$c=-27$ 时，有 $-27=36m+n$.$\because x^2=0$ 是“偶系二次方程”，

$\therefore n=0$，$m=-\frac{3}{4}$.即有 $c=-\frac{3}{4}b^2$.

又 $\because x^2+3x-\frac{27}{4}=0$ 也是“偶系二次方程”，当 $b=3$ 时，

$c=-\frac{3}{4}\times3^2=-\frac{27}{4}$，

$\therefore$ 可设 $c=-\frac{3}{4}b^2$.

对任意一个整数 b，

当 $c=-\frac{3}{4}b^2$ 时，

$\because \Delta=b^2-4c=4b^2$，$\therefore x=\frac{-b\pm2b}{2}$.

$\therefore x_1=-\frac{3}{2}b$，$x_2=\frac{1}{2}b$.

$\therefore |x_1|+|x_2|=\frac{3}{2}|b|+\frac{1}{2}|b|=2|b|$.

$\because b$ 是整数，$\therefore$ 对任意一个整数 b，当 $c=-\frac{3}{4}b^2$ 时，关于 x 的方程 $x^2+bx+c=0$ 是“偶系二次方程”.

第 23 章　图形的相似

23.1 成比例线段

1.成比例线段

自主学习·探新知

一、长度之比　长度之比　$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$

$a:b=c:d$

二、**1.** $ad=bc$　**2.** $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$.

三、**1.** $\frac{c\pm d}{d}$　**2.** $\frac{c}{c\pm d}$

小题快练

1. ×　**2.** ×　**3.** ×　**4.** √　**5.** √

题型示范·知规律

【示范题 2】(1) $\because 3x=4y$,

$\therefore \frac{x}{y}=\frac{4}{3}$, $\therefore \frac{x}{x-y}=\frac{4}{4-3}=4$,

$\frac{x+y}{y}=\frac{4+3}{3}=\frac{7}{3}$.

(2)设$\frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{5}=k$,

则 $x=2k$, $y=3k$, $z=5k$,

$\therefore 6k+6k-5k=14$,解得 $k=2$,

$\therefore x=4$, $y=6$, $z=10$,

$\therefore x,y,z$ 的值分别为 4,6,10.

课堂达标·练基础

题组一

1. D　**2.** D　**3.** 5

4. 解析 根据题意得 $a:b=c:d$.

$\because a=3$, $b=x-1$, $c=5$, $d=x+1$,

$\therefore 3:(x-1)=5:(x+1)$,

解得 $x=4$.所以 x 的值为 4.

题组二

1.A　**2.**D　**3.**C　**4.**3 : 2　**5.**12

6. 解析 设 $\frac{x}{3}=\frac{y}{5}=\frac{z}{7}=k$,则

$x=3k$, $y=5k$, $z=7k$,又 $2x+y-z=8$.

则 $6k+5k-7k=8$,解得 $k=2$,

即 $x=6$, $y=10$, $z=14$,所以 $3x+2y-z$

$=3\times 6+2\times 10-14=24$.

鉴前毖后

(1)①　(2) D 若 $a+b+c\neq 0$,则

$k=\frac{b+c+a+b+a+c}{a+c+b}=2$,

$\therefore y=2x+3$,则一次函数过第一、二、三象限;若 $a+b+c=0$,则 $k=\frac{-a}{a}=\frac{-c}{c}=\frac{-b}{b}=-1$, $\therefore y=-x$,则一次函数过第二、四象限.综上,一定过第二象限.

2.平行线分线段成比例

自主学习·探新知

一、**1.** 成比例　**2.** $\frac{DE}{EF}$　$\frac{DE}{DF}$　$\frac{AC}{DF}$

二、成比例

小题快练

1. ×　**2.** √　**3.** ×

题型示范·知规律

【示范题 1】$\because \frac{DE}{EF}=\frac{5}{8}$,

$\therefore \frac{DE}{DF}=\frac{5}{13}$. $\because l_1 /\!/ l_2 /\!/ l_3$,

$\therefore \frac{DE}{DF}=\frac{AB}{AC}$, $\therefore \frac{5}{13}=\frac{AB}{24}$,

$\therefore AB=\frac{120}{13}$.

【示范题 2】过点 D 作 $DH /\!/ BF$,交 AC 于点 H.在$\triangle BCF$ 中, $\frac{CH}{FH}=\frac{CD}{BD}$, 在$\triangle ADH$ 中, $\frac{AE}{DE}=\frac{AF}{FH}$, 又 $\because D,E$ 分别为 BC, AD 的中点, $\therefore AF=FH=CH$, $\therefore CF=2AF$.

课堂达标·练基础

题组一

1. D　**2.** 7.5　**3.** 7

4. 解析 $\because a /\!/ b /\!/ c$, $\therefore \frac{DM}{CM}=\frac{BM}{AM}$, $\therefore \frac{DM}{4.5}=\frac{5}{3}$, $\therefore DM=7.5$.

又$\frac{FK}{EK}=\frac{BM}{AM}=\frac{5}{3}$, 设 $FK=5x$, $EK=3x$,则 $5x+3x=16$,

$\therefore x=2$, $\therefore FK=10$, $EK=6$.

题组二

1. B　**2.** B　**3.** 3.75　**4.** 10

5. 证明 $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AB /\!/ CD$, $BC /\!/ AD$,

$\therefore \frac{EF}{DE}=\frac{BE}{EC}$, $\frac{BF}{AB}=\frac{EF}{DE}$,

$\therefore \frac{BF}{AB}=\frac{BE}{EC}$.

鉴前毖后

(1)①

(2) $\because DE /\!/ BC$, $\therefore \frac{AE}{AC}=\frac{AD}{AB}$,

$\because AC=3$, $AE=2$, $\therefore \frac{2}{3}=\frac{AD}{AB}$,设 $AD=2x$, $AB=3x$, 则 $2x+3x=10$,

$\therefore x=2$, $AB=6$

23.2 相似图形

自主学习·探新知

一、成比例　相等

二、成比例　相等

小题快练

1. ×　**2.** ×　**3.** √　**4.** ×

题型示范·知规律

【示范题 1】$\triangle ABC$ 三边长按从小到大顺序排列为: $\sqrt{3}$, $\sqrt{6}$, $\sqrt{15}$.

(1)若$\triangle A'B'C'$ 的最短边的长为 1,最长边的长为$\sqrt{5}$,设另一边的长为 x, 因为$\triangle ABC$ 与$\triangle A'B'C'$ 相似, 所以$\frac{\sqrt{3}}{1}=$

$\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{6}}{x}$,解得 $x=\sqrt{2}$.

(2)若设△$A'B'C'$的最短边的长为 x,此时 $\frac{\sqrt{6}}{1}\neq\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{5}}$,所以这种情况不成立.

(3) 若设△$A'B'C'$的最长边的长为 x,此时 $\frac{\sqrt{3}}{1}\neq\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}}$,所以这种情况也不成立.

综上所述,△$A'B'C'$ 的第三边的长为 $\sqrt{2}$.

课堂达标·练基础

题组一

1. C **2.** C **3.** 2

4. 解析 四边形 $ABCD$ 与四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 相似,对应边成比例, $AB:BC:CD:DA=20:15:9:8$, 则不妨设 $A_1B_1:B_1C_1:C_1D_1:D_1A_1=20:15:9:8$, 设 $A_1B_1=20x$. 则 $B_1C_1=15x$, $C_1D_1=9x$,$D_1A_1=8x$, 根据四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 的周长为 26 得到: $20x+15x+9x+8x=26$,解得 $x=0.5$, ∴ 四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 的各边长分别为 10,7.5,4.5,4.

题组二

1. D **2.** D **3.** 相似

4. 有一对内角相等

5. 解析 设 CD 为 xm 时内外边缘所围成的两个矩形相似. 由相似多边形的性质, 可得 $\frac{6}{4}=\frac{6+2x}{4+1}$.

解得 $x=\frac{3}{4}$,故当另一边宽 CD 为 $\frac{3}{4}$m 时,内外边缘所围成的两个矩形相似.

鉴前毖后

(1)矩形不一定相似

(2)两个长方形的长之比 $=\frac{40}{42}=\frac{20}{21}$,宽之比 $=\frac{20}{22}$,

∵ $\frac{20}{21}\neq\frac{20}{22}$,∴ 它们不相似.

23.3 相似三角形

1.相似三角形

自主学习·探新知

一、**1.** 相等 成比例

2. (1)∽ (2)△ABC∽△DEF △ABC 相似于△DEF

3. $\frac{AB}{A'B'}=\frac{BC}{B'C'}=\frac{AC}{A'C'}$ 对应边

4. 相似三角形的对应角相等,对应边成比例

二、原三角形

小题快练

1. × **2.** × **3.** √ **4.** √

题型示范·知规律

【示范题 1】设另一个三角形的另外两边的长分别是 $x$cm,$y$cm ($x<y$), 由题意得 $x:5=y:8=4.8:12$, 解得 $x=2$,$y=3.2$,因此另两条边的长分别为 2cm 和 3.2cm.

【示范题 2】**D** ∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,∴$AB∥CD$, $AB=CD$,$DO=BO$.∵E 为 OD 的中点,∴$DE:EB=1:3$.

∵$AB∥CD$,∴ △DEF∽△BEA, ∴$DF:AB=DE:EB=1:3$,即 $DF:FC=1:2$.

课堂达标·练基础

题组一

1. B **2.** 8

3. 解析 (1)∵ △ABC∽△AED,

∴∠ADE=∠ACB=70°.

在△ADE 中,∠AED=180°−∠ADE−∠A=180°−70°−45°=65°.

(2)∵ △ABC∽△AED,

∴ $\frac{AD}{AC}=\frac{DE}{CB}$,

即 $\frac{40}{50+30}=\frac{DE}{70}$,

∴ $DE=\frac{40\times70}{50+30}=35$(cm)

题组二

1. A **2.** C **3.** 10 **4.** $\frac{3}{4}$

5. 解析 ∵$DF∥EG∥BC$,

∴△ADF∽△AEG∽△ABC.

△ADF∽△AEG, 其相似比为 1∶2;

△AEG∽△ABC,相似比为 2∶3;

△ADF∽△ABC,相似比为 1∶3.

鉴前毖后

(1)①

(2)另一种情况:

∵ △ABC∽△AED,

∴ $\frac{AD}{AC}=\frac{AE}{AB}=\frac{1}{4}$,

又 ∵$AB=8$, $AC=6$,∴ $\frac{AD}{6}=\frac{AE}{8}=\frac{1}{4}$,∴$AD=\frac{3}{2}$,$AE=2$.

2. 相似三角形的判定

第 1 课时

自主学习·探新知

一、**1.** 两角 **2.** ∠A' ∠B'

二、一对锐角

小题快练

1. √ **2.** √ **3.** × **4.** ×

题型示范·知规律

【示范题 1】【解题探究】(1)提示

需证明这两个三角形有两对对应角相等.

(2) 提示 由题意可得$\angle D=90°$,由$BF\perp AE$可得$\angle AFB=90°$,所以$\angle D=\angle AFB$.

(3) 提示 由题意可得,$\angle BAF$与$\angle AED$是内错角,由四边形$ABCD$是矩形可得,$AB/\!/CD$,所以$\angle BAF=\angle AED$

(4)= =

$\because BF\perp AE$,$\therefore \angle AFB=90°$,又$\because \angle D=90°$,$\therefore \angle AFB=\angle D$.

$\because AB/\!/CD\therefore \angle BAF=\angle AED$,

$\therefore \triangle ABF\backsim\triangle EAD$.

【示范题2】因为$AB/\!/CD$,所以$\angle ECF=\angle B$,又因为$\angle E=\angle E$,所以$\triangle ABE\backsim\triangle FCE$,所以$\frac{BE}{CE}=\frac{AE}{FE}$.所以$\frac{BE-CE}{CE}=\frac{AE-FE}{FE}$,即$\frac{BC}{CE}=\frac{AF}{FE}$.因为$BC:CE=3:2$,所以$\frac{AF}{FE}=\frac{3}{2}$.因为$AD/\!/BC$,所以$\angle ECF=\angle D$,$\angle DAF=\angle E$,所以$\triangle ECF\backsim\triangle ADF$,所以$\frac{DF}{CF}=\frac{AF}{EF}=\frac{3}{2}$,所以$CF:FD=2:3$.

课堂达标·练基础

题组一

1. C **2.** ①②③ **3.** FEB FDC ABD ACE

4. 证明 在$\triangle ABC$中,$AB=AC$,$BD=CD$,

$\therefore AD\perp BC$,$\because CE\perp AB$,

$\therefore \angle ADB=\angle CEB=90°$,又$\angle B=\angle B$,$\therefore \triangle ABD\backsim\triangle CBE$.

题组二

1. C **2.** C **3.** 7 **4.** ②③

5. 证明 $\because$ 四边形$ABCD$是平行四边形,

$\therefore AB=CD$,$\angle A=\angle C$,

$\because AD/\!/BC$,

$\therefore \angle ADF=\angle CED$,$\therefore \triangle ADF\backsim\triangle CED$,$\therefore \frac{AD}{CE}=\frac{AF}{DC}$,$\therefore AD\cdot DC=AF\cdot CE$,$\therefore AD\cdot AB=AF\cdot CE$.

鉴前毖后

(1)①

(2)小明的说法不正确,共有6对相似三角形.它们分别是:$\triangle CBE\backsim\triangle CAD$,$\triangle BDP\backsim\triangle AEP$,$\triangle BDP\backsim\triangle BEC$,$\triangle AEP\backsim\triangle ADC$,$\triangle PBD\backsim\triangle CAD$,$\triangle AEP\backsim\triangle BEC$.

第2课时

自主学习·探新知

1. 成比例 相等 **2.** B B'

小题快练

1. × **2.** √ **3.** √

题型示范·知规律

【示范题】$\triangle ADQ\backsim\triangle QCP$. 理由如下:在正方形$ABCD$中,$BC=CD=DA$,$\because BP=3PC$,$CQ=QD$,

$\therefore \frac{PC}{QD}=\frac{\frac{1}{4}BC}{\frac{1}{2}CD}=\frac{1}{2}$, $\frac{QC}{AD}=\frac{\frac{1}{2}CD}{AD}=\frac{1}{2}$,$\therefore \frac{PC}{QD}=\frac{QC}{AD}$,

$\because \angle C=\angle D=90°$,

$\therefore \triangle ADQ\backsim\triangle QCP$.

课堂达标·练基础

题组

1. B **2.** B **3.** C **4.** 6

5. $\angle C=\angle BAD$(或$\angle BDA=\angle BAC$或$\frac{AB}{BC}=\frac{BD}{AB}$,答案不唯一)

6. 解析 (1)因为$\angle AOC=\angle BOD$,OA与OB为对应边,OC与OD为对应边,故$\frac{OA}{OB}=\frac{OC}{OD}$可以判定$\triangle OAC\backsim\triangle OBD$.

(2)已知$\angle AOC=\angle BOD$,故$\angle B=\angle A$时,可以判定$\triangle OAC\backsim\triangle OBD$.

(3)已知$\angle AOC=\angle BOD$,故$\angle C=\angle D$或$AC/\!/BD$时,可以判定$\triangle OAC\backsim\triangle OBD$.

答案 (1)$\frac{OC}{OD}$ (2)$\angle A$

(3)$\angle C=\angle D$(或$AC/\!/BD$)

7. $\frac{16}{3}$

8. 解析 (1)$\angle ABC=135°$,$BC=2\sqrt{2}$.

答案 135 $2\sqrt{2}$

(2)相似.

$\because BC=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$,

$EC=\sqrt{1+1}=\sqrt{2}$,

$\therefore \frac{AB}{CE}=\frac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$,

$\frac{BC}{DE}=\frac{2\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$,

$\therefore \frac{AB}{CE}=\frac{BC}{DE}$.

又$\angle ABC=\angle CED=135°$,

$\therefore \triangle ABC\backsim\triangle CED$.

鉴前毖后

(1)漏掉了$PD:PC=AD:BC$.即$\triangle PAD\backsim\triangle PBC$的情况

(2) C 当$\triangle PAD\backsim\triangle BPC$时,这样的点$P$有2个. 当$\triangle PAD\backsim\triangle PBC$时$PD:PC=AD:BC$,即$\frac{x}{7-x}=\frac{2}{4}$,解得$PD=\frac{7}{3}$,

$\therefore$ 这样的P点有1个.

综上可知,点 P 的个数为 3.

第 3 课时

自主学习·探新知

1. 成比例

小题快练

1. √ **2.** × **3.** × **4.** √

题型示范·知规律

【示范题 1】【解题探究】(1)① 提示 在直角三角形中,求出这两个三角形的各边长分别为:

$AC=\sqrt{2}$,$AF=\sqrt{5}$,$CF=1$,

$GA=\sqrt{10}$,$GC=2$.

② 提示 它们的对应边之间成比例,关系为 $\frac{AC}{GC}=\frac{AF}{GA}=\frac{CF}{CA}=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

(2)①相似 CAF

②$\angle CAF$ $\angle ACB$ 45°

(1)$\because AC=\sqrt{2}$,$CF=1$,

$AF=\sqrt{5}$,$CG=2$,$AG=\sqrt{10}$,

$\therefore \frac{AC}{CG}=\frac{\sqrt{2}}{2}$,$\frac{AF}{AG}=\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$,$\frac{CF}{CA}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$,

$\therefore \frac{AC}{CG}=\frac{AF}{AG}=\frac{CF}{CA}$,

$\therefore \triangle ACF\backsim\triangle GCA$.

(2)$\because \triangle ACF\backsim\triangle GCA$.

$\therefore \angle 1=\angle CAF$,

$\because \angle ACB=\angle 2+\angle CAF=45°$,

$\therefore \angle 1+\angle 2=45°$.

【示范题 2】(1)$\because BE\perp AD$,$BF\perp CD$,$\therefore \angle BEA=\angle BFC=90°$.

又四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore \angle BAE=\angle BCF$.

$\therefore \triangle BAE\backsim\triangle BCF$.

(2)$\because \triangle BAE\backsim\triangle BCF$. $\therefore \angle 1=\angle 2$,又 $BG=BH$,$\therefore \angle 3=\angle 4$,

$\therefore \angle BGA=\angle BHC$.

$\therefore \triangle BGA\cong\triangle BHC$(ASA)

$\therefore AB=BC$,$\therefore$ ▱$ABCD$ 为菱形.

课堂达标·练基础

题组一

1. C **2.** 2 **3.** CBE

题组二

1. D **2.** B **3.** 4

4. 解析 (1)一个锐角对应相等 两直角边对应成比例

(2)斜边和一条直角边对应成比例

在 Rt$\triangle ABC$ 和 Rt$\triangle A'B'C'$ 中,

$\angle C=\angle C'=90°$,$\frac{AB}{A'B'}=\frac{AC}{A'C'}$

证明如下:

设 $\frac{AB}{A'B'}=\frac{AC}{A'C'}=k(k>0)$,

则 $AB=kA'B'$,$AC=kA'C'$;

在 Rt$\triangle ABC$ 和 Rt$\triangle A'B'C'$ 中,

$\frac{BC}{B'C'}=\sqrt{\frac{AB^2-AC^2}{A'B'^2-A'C'^2}}=\sqrt{\frac{k^2A'B'^2-k^2A'C'^2}{A'B'^2-A'C'^2}}=k$,

$\therefore \frac{AB}{A'B'}=\frac{AC}{A'C'}=\frac{BC}{B'C'}$,

$\therefore$ Rt$\triangle ABC\backsim$Rt$\triangle A'B'C'$.

鉴前毖后

(1)①

(2)$\because \frac{AB}{EF}=\frac{1.5}{2.1}=\frac{5}{7}$,$\frac{AC}{DE}=\frac{2}{2.8}=\frac{5}{7}$,$\frac{BC}{DF}=\frac{2.5}{3.5}=\frac{5}{7}$,

$\therefore \frac{AB}{EF}=\frac{AC}{DE}=\frac{BC}{DF}$,

$\therefore \triangle ABC\backsim\triangle EFD$

3.相似三角形的性质

自主学习·探新知

1. 比例 相等 **2.** 相似比 **3.** 相似比的平方 **4.** 相似比

5. 相似比 **6.** 相似比

小题快练

1. × **2.** √ **3.** ×

题型示范·知规律

【示范题 1】A $\because$ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形,

$\therefore AD\parallel BC$,$AD=BC=9$,

$\therefore \angle DAE=\angle AEB$.

$\because AE$ 平分$\angle BAD$,

$\therefore \angle DAE=\angle BAE$.

$\therefore \angle AEB=\angle BAE$,

$\therefore AB=BE=6$,

$\therefore EC=BC-BE=3$,$\because BG\perp AE$,

$\therefore$ 在 Rt$\triangle ABG$ 中,

$AG=\sqrt{AB^2-BG^2}=2$,

$\therefore AE=2AG=4$,

$\therefore S_{\triangle ABE}=\frac{1}{2}AE\cdot BG=8\sqrt{2}$.

$\because AB\parallel DC$,$\therefore \angle BAE=\angle F$,

$\because \angle AEB=\angle FEC$,

$\therefore \triangle BEA\backsim\triangle CEF$,$\therefore \frac{S_{\triangle BEA}}{S_{\triangle CEF}}=\left(\frac{BE}{EC}\right)^2=4$. $\therefore S_{\triangle CEF}=2\sqrt{2}$.

【示范题 2】(1)$\because AF=DC$,

$\therefore AF+FC=DC+FC$,即 $AC=DF$.

在$\triangle ABC$和$\triangle DEF$ 中,

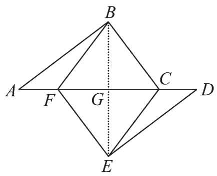
$\begin{cases} AC=DF \\ \angle A=\angle D, \\ AB=DE \end{cases}$

$\therefore \triangle ABC\cong\triangle DEF$(SAS),

$\therefore BC=EF$,$\angle ACB=\angle DFE$,

$\therefore BC\parallel EF$,$\therefore$ 四边形 $BCEF$ 是平行四边形.

(2)连接 BE,交 CF 与点 G,



$\because$ 四边形$BCEF$是平行四边形,

$\therefore$ 当 $BE\perp CF$ 时，四边形 $BCEF$ 是菱形，$\because \angle ABC=90°$，$AB=4, BC=3$，

$\therefore AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=5$，

$\because \angle BGC=\angle ABC=90°$，

$\angle ACB=\angle BCG$，

$\therefore \triangle ABC \backsim \triangle BGC$，

$\therefore \frac{BC}{AC}=\frac{CG}{BC}$，即$\frac{3}{5}=\frac{CG}{3}$，

$\therefore CG=\frac{9}{5}$.

$\because FG=CG, \therefore FC=2CG=\frac{18}{5}$，

$\therefore AF=AC-FC=5-\frac{18}{5}=\frac{7}{5}$，

$\therefore$ 当 $AF=\frac{7}{5}$ 时，四边形 $BCEF$ 是菱形.

课堂达标 · 练基础

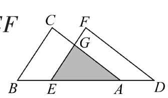
题组一

1. D **2.** D **3.** 1∶2 **4.** 18

题组二

1. B **2.** D **3.** 2 **4.** 1.2

5. 解析 设AC与EF的交点为G.



$\because$ 把$\triangle ABC$沿AB边平移到$\triangle DEF$的位置,

$\therefore \angle B=\angle AEG$.

$\because \angle BAC=\angle EAG$，

$\therefore \triangle CAB \backsim \triangle GAE$，

$\therefore \frac{S_{\triangle CAB}}{S_{\triangle GAE}}=\left(\frac{AB}{AE}\right)^2$，

即 $2=\left(\frac{2}{AE}\right)^2$，解得 $AE=\sqrt{2}$，

$\therefore AD=ED-EA=AB-AE=2-\sqrt{2}$.

鉴前毖后

(1)②

(2)$\therefore AD:AB=1:\sqrt{5}$，

$\therefore AD:DB=1:(\sqrt{5}-1)$

4.相似三角形的应用

自主学习 · 探新知

一、**1.** BD, DC, CE $\triangle ECD$

2. AB, DC, BC $\triangle EDC$

二、**1.** AC, DC, DE $\triangle DEC$

2. AC, DC, BE $\triangle AEB$

小题快练

1. × **2.** × **3.** √

题型示范 · 知规律

【示范题】由题意知$\angle CDE=\angle CBA=90°$，又由光的反射原理可知$\angle ECD=\angle ACB$，

$\therefore \triangle ABC \backsim \triangle EDC$，

$\therefore \frac{DE}{AB}=\frac{CD}{BC}$，

$\therefore \frac{DE}{1.5}=\frac{6}{1}$，$\therefore DE=9$(m).

答案 9

课堂达标 · 练基础

题组

1. B **2.** 5 **3.** 13.5

4. 解析 (1)$\angle ABC=\angle GHC=90°$，

$\angle C=\angle C$，$\therefore \triangle ABC \backsim \triangle GHC$，

$\therefore \frac{AB}{GH}=\frac{BC}{HC}$，即$\frac{1.6}{GH}=\frac{3}{6+3}$，

$\therefore GH=4.8$(m).

(2)由题意得:

$\angle A_1B_1C_1=\angle GHC_1=90°$，

$\angle A_1C_1B_1=\angle GC_1H$，

$\therefore \triangle A_1B_1C_1 \backsim \triangle GHC_1$

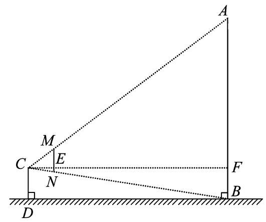
$\therefore \frac{A_1B_1}{GH}=\frac{B_1C_1}{HC_1}$.

设 B_1C_1 长为 xm，则$\frac{1.6}{4.8}=\frac{x}{x+3}$，

解得 $x=\frac{3}{2}$，即 $B_1C_1=\frac{3}{2}$m.

5. 解析 过点 C 作 $CF\perp AB$，垂足为 F，交 MN 于点 E.

则 $CF=DB=50$m，$CE=0.65$m，



$\because MN /\!/ AB$，

$\therefore \angle CNM=\angle CBA$，$\angle CMN=\angle A$，

$\therefore \triangle CMN \backsim \triangle CAB$.

$\therefore \frac{CE}{CF}=\frac{MN}{AB}$，

$\therefore AB=\frac{MN\cdot CF}{CE}=\frac{0.16\times 50}{0.65}$

≈ 12.3(m).

$\therefore$ 旗杆 AB 的高度约为 12.3m

鉴前毖后

(1)①

(2)**D** 延长 AC 交直线 BD 于 E，则$\frac{CD}{DE}=\frac{1}{0.5}$，

$\therefore DE=1$m.$\because \triangle ABE \backsim \triangle CDE$，

$\therefore \frac{AB}{CD}=\frac{BE}{DE}$，

$\therefore \frac{AB}{2}=\frac{3+1}{1}$，$\therefore AB=8$m

23.4 中位线

自主学习 · 探新知

一、**1.** 中点 **2.** 平行于 一半

二、**1.** 三条边上的中线 **2.** $\frac{1}{3}$

小题快练

1. × **2.** × **3.** √

题型示范 · 知规律

【示范题 1】【解题探究】**1.** 提示

(1)$DE /\!/ AC$ 且 $DE=\frac{1}{2}AC=AF$.

(2)$DF/\!/AB$ 且 $DF=\frac{1}{2}AB=AE$.

2. 提示 平行四边形.理由:两组对边分别平行的四边形为平行四边形.

3. 提示 $AB=AC$.依据:垂直平分线的性质.

4. =

5. 有一组邻边相等的平行四边形是菱形.

$\because AD\perp BC,BD=DC$,

$\therefore AB=AC$.

又 $\because E,F$ 是 AB,AC 的中点,

$\therefore DE/\!/AC,DE=\frac{1}{2}AC$,

$DF/\!/AB,DF=\frac{1}{2}AB$.

$\therefore$ 四边形 $AEDF$ 是平行四边形,且 $DE=DF$.

$\therefore$ 四边形 $AEDF$ 是菱形.

【示范题 2】$\because D$ 是$\triangle ABC$ 的重心,

$\therefore AD:DE=2:1$,

$\therefore S_{\triangle ADF}=2S_{\triangle DEF}=4$,

$\therefore S_{\triangle AEF}=S_{\triangle DEF}+S_{\triangle ADF}=6$,

又 $\because FC=AF,\therefore S_{\triangle AEF}=S_{\triangle EFC}=6$.

$\therefore\triangle AEC$ 的面积为 12.

课堂达标·练基础

题组一

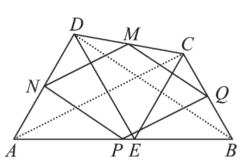
1. C **2.** 菱形 **3.** 80°

4. 解析 四边形 $PQMN$ 为菱形.

证明:如图,连接 AC,BD.

$\because PQ$ 为$\triangle ABC$ 的中位线,

$\therefore PQ/\!/AC$ 且 $PQ=\frac{1}{2}AC$.



同理 $MN/\!/AC$ 且 $MN=\frac{1}{2}AC$.

$\therefore MN/\!/PQ$ 且 $MN=PQ$,

$\therefore$ 四边形 $PQMN$ 为平行四边形.

在$\triangle AEC$ 和$\triangle DEB$ 中,

$AE=DE,EC=EB$,

$\angle AED=60°=\angle CEB$,

即$\angle AEC=\angle DEB$.

$\therefore\triangle AEC\cong\triangle DEB,\therefore AC=BD$.

$\therefore PQ=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}BD=PN$,

$\therefore\square PQMN$ 为菱形.

题组二

1. B **2.** C

3. 解析 $\because AE,CF$ 是$\triangle ABC$ 的两条中线,且交点为 G,

$\therefore G$ 是$\triangle ABC$ 的重心,

$\therefore GE=\frac{1}{3}AE=3$.

答案 3

4. 解析 根据三角形重心的性质可知:

$GD=\frac{1}{3}AD=3,CG=\frac{2}{3}CF=8$,

$BG=\frac{2}{3}BE=10$,

又 $BD=DC$,$\angle BDH=\angle CDG$,$DG=DH$,

$\therefore\triangle BHD\cong\triangle CGD$,即 $BH=CG=8$,

在$\triangle BHG$ 中,

$\because BH^2+HG^2=8^2+6^2=10^2,BG^2=10^2$,

$\therefore BH^2+HG^2=BG^2,\therefore\angle H=90°$,

$\therefore S_{\triangle ABH}=\frac{1}{2}\times BH\times AH=\frac{1}{2}\times8\times(9+3)=48$.

鉴前毖后

(1)①

(2)**B** 取 AD 的中点 H,连接 HE,HF.

$\because E,F$ 分别为 BD,AC 的中点,

$\therefore HE/\!/AB,HF/\!/CD$,且 $HE=\frac{1}{2}AB,HF=\frac{1}{2}CD$.

$\because AB/\!/CD,\therefore HE/\!/CD$,

$\therefore H,E,F$ 三点在一直线上.

$\therefore EF=\frac{1}{2}(CD-AB)=\frac{1}{2}(8-2)=3$.又 $\because G$ 为 CD 的中点,

$\therefore EG=\frac{1}{2}BC,FG=\frac{1}{2}AD$,

$\therefore EG+FG=\frac{1}{2}(BC+AD)=\frac{1}{2}\times12=6$.

$\therefore\triangle EFG$ 的周长为 $EF+EG+FG=9$

23.5 位似图形

自主学习·探新知

一、交于一点 O $\frac{OA'}{OA}$ $\frac{OB'}{OB}$ $\frac{OC'}{OC}$ 点 O

二、放大 缩小

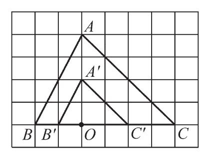
小题快练

1. √ **2.** × **3.** × **4.** √

题型示范·知规律

【示范题】(1)①连接 OA,取 OA 的中点 A',取 OB 的中点 B',取 OC 的中点 C';②连接 $A'B'$,$A'C'$,则$\triangle A'B'C'$即为所求.

如图所示:



(2)$AA'=CC'=2$

在 Rt$\triangle OA'C'$中,$OA'=OC'=2$,

$\therefore A'C'=\sqrt{OA'^2+OC'^2}=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$,

在 Rt$\triangle OAC$ 中,$OA=OC=4$,

$\therefore AC=\sqrt{OA^2+OC^2}=\sqrt{4^2+4^2}$

$=4\sqrt{2}$，

$\therefore$ 四边形 $AA'C'C$ 的周长

$=AA'+A'C'+C'C+AC$

$=2+2\sqrt{2}+2+4\sqrt{2}=4+6\sqrt{2}$.

课堂达标·练基础

题组

1. B　**2.** 18　**3.** 32

4. 解析 (1)因为△ABC 与△$A'B'C'$ 是位似图形,位似比$=\frac{BO}{B'O}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$，所以△$ABC$∽△$A'B'C'$，且相似比为$\frac{1}{2}$，所以$\frac{AC}{A'C'}=\frac{1}{2}$,即$\frac{5}{A'C'}=\frac{1}{2}$,所以 $A'C'=10$.

(2)因为$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle A'B'C'}}=(\frac{AC}{A'C'})^2=\frac{1}{4}$

所以 $S_{\triangle A'B'C'}=4\times7=28$.

5. 解析 (1)$\because DE\parallel BC$,

$\therefore$ $\angle AED=\angle ACB$，$\angle ADE=\angle ABC$. $\therefore$ △AED∽△ACB.

又 $\because BD,CE$ 交于一点 A,

$\therefore$ △ADE 与△ABC 是位似图形.

$\because$ △ADE∽△ABC,

$\therefore \frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}$.

$\because AD<AB,AE<AC$,

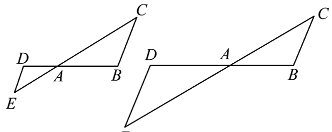
$\therefore \frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}<1$,

$\therefore$ △ADE 是△ABC 缩小后的图形.

(2)△ADE 不一定是△ABC 放大后的图形.

如图①所示，由 $AD<AB,AE<AC$，可知△ADE 是△ABC 缩小后的图形.

如图②所示，由 $AD>AB,AE>AC$，可知△ADE 是△ABC 扩大后的图形.



①　②

鉴前毖后

(1)错认为相似就是位似

(2)$\because$ 图②中的两个图形对应点的连线不相交于一点,

$\therefore$ 图②不是位似图形,图①③是位似图形

23.6 图形与坐标

1.用坐标确定位置

自主学习·探新知

一、**1.** 平面直角坐标系

2. 单位长度

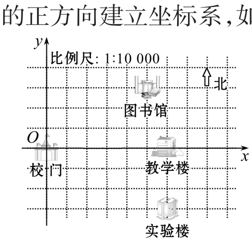
二、**1.** 经度　纬度

小题快练

1. ×　**2.** ×　**3.** √　**4.** ×

题型示范·知规律

【示范题 1】选择校门为原点,以水平方向的直线为 x 轴,向右为 x 轴的正方向,以竖直方向的直线为 y 轴,向上的方向为 y 轴的正方向建立坐标系,如图,



根据建立的坐标系可知:教学楼(6,0);校门(0,0);图书馆(5,3).(答案不唯一)

【示范题 2】(1)图中距小明家距离相同的是 A 与 C.

(2)商场 B 在小明家的北偏西 30°方向；学校 A 在小明家的东北方向;公园 C、停车场 P 在小明家的南偏东 60°方向.

(3)学校距离小明家 400m,而 $OA=2$m，即比例尺为 1:20 000. 故商场距离小明家 $2.5\times20\,000\div100=500$(m);停车场距离小明家 $4\times20\,000\div100=800$(m).

课堂达标·练基础

题组一

1. C　**2.** D　**3.** 4　2　**4.** (2,4)

题组二

1. B

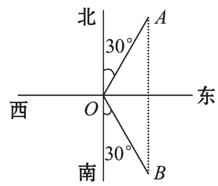
2. 解析 连接 AB.

则$\angle AOB=120°$, $\because OA=OB$,

$\therefore \angle OAB=30°$,

$\therefore AB$ 平行于南北方向线,

$\therefore A$ 在 B 的正北方向.



答案 正北

3. 解析 (1) 实验楼 B 的位置用(4,1)表示,图书馆 C 的位置用(5,8)表示.

(2)图书馆 C 在音乐楼 A 的北偏东 45°方向上，它到音乐楼 A 的距离为 $4\sqrt{2}$.

(3) 实验楼 B 位于音乐楼 A 的南偏东 45°方向上,它到音乐楼 A 的距离为 $3\sqrt{2}$.

鉴前毖后

(1)漏解第二问

(2)船在海港北偏东 60°方向上与 A 相距 30km 的位置上，A 在 B 的南偏西 60°方向上与 B 相距 30km 的位置上

2.图形的变换与坐标

自主学习·探新知

$(x,-y)$ $(-x,y)$ $(-x,-y)$

$(x+a,y)$ $(x,y+b)$ (kx,ky)

$(-kx,-ky)$

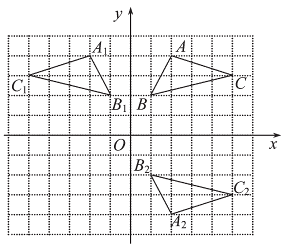
小题快练

1. × **2.** √ **3.** × **4.** √

题型示范·知规律

【示范题】(1)$\triangle A_1B_1C_1$如图所示，A_1的坐标是$(-2,4)$.

(2)$\triangle A_2B_2C_2$如图所示，A_2的坐标是$(2,-4)$.



课堂达标·练基础

题组

1. C **2.** A **3.** C **4.** $(1,\sqrt{3})$

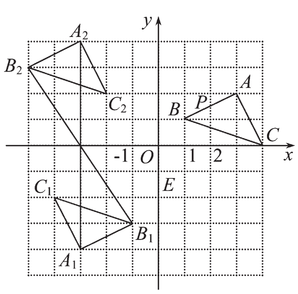
5. $(-5,7)$或$(5,-7)$

6. 2 **7.** $(-5,-5)$

8. 解析 (1)如图，线段BB_1的中点即为点E,

$\because B(1,1),B_1(-1,-3)$,

$\therefore E(0,-1)$



(2)如图，$\because$ 点$P(a,b)$是$\triangle ABC$边AB上一点，$\triangle ABC$经过平移后点P的对应点P'的坐标为$(a-6,b+2)$,

又 $\because A(3,2),C(4,0)$.

$\therefore A_2(-3,4),C_2(-2,2)$.

鉴前毖后

(1)②

(2)N点坐标为$(a-2,-2a+1)$,因为N点在第二象限，则

$\begin{cases}a-2<0,\\-2a+1>0,\end{cases}$

解得:$a<\frac{1}{2}$，即a的取值范围为$a<\frac{1}{2}$

单元评价检测(三)(第23章)

1. D **2.** D **3.** B **4.** D **5.** C

6. C **7.** C **8.** ①②③

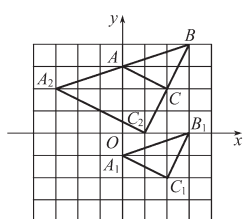
9. $\angle E=\angle B$ (或$\angle D=\angle C$或$\frac{AD}{AC}=\frac{AE}{AB}$)

10. $(3,4)$或$(0,4)$ **11.** $15-4\sqrt{3}$

12. 12 **13.** 略

14. 解析 (1)如图，$\triangle A_1B_1C_1$即为所求，$C_1(2,-2)$.

(2)如图，$\triangle A_2BC_2$即为所求，$C_2(1,0)$，$\triangle A_2BC_2$的面积等于10.



15. 解析 (1)$\because BD\perp AC$,

$\angle ABC=90°$,

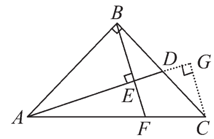
$\therefore \angle ADB=\angle ABC$.

又 $\because \angle A=\angle A$,

$\therefore \triangle ADB\backsim\triangle ABC$,

$\therefore \frac{AB}{AC}=\frac{AD}{AB}$，$\therefore AB^2=AD\cdot AC$.

(2)如图③，经过C作$CG\perp AD$，交AD的延长线于点G.



图③

$\because BE\perp AD$，$\therefore \angle CGD=\angle BED=90°$,

$CG/\!/BF$.又 $\because \frac{AB}{BC}=\frac{BD}{DC}=1$,

$\therefore AB=BC=2BD=2DC,BD=DC$.

又 $\because \angle CDG=\angle BDE$,

$\therefore \triangle BDE\cong\triangle CDG$,

$\therefore ED=GD=\frac{1}{2}EG$.

由(1)可得:$AB^2=AE\cdot AD,BD^2=DE\cdot AD$，$\therefore \frac{AE}{ED}=\frac{AB^2}{BD^2}=\frac{(2BD)^2}{BD^2}=4$.

$\therefore AE=4DE$，$\therefore \frac{AE}{EG}=\frac{4DE}{2DE}=2$

又 $\because CG/\!/BF$，$\therefore \frac{AF}{FC}=\frac{AE}{EG}=2$.

16. (1)$\because$ 四边形$ABCD$是矩形，

$\therefore \angle A=\angle ADC=90°$.

$\because DE\perp CF$，$\therefore \angle ADE=\angle DCF$.

$\therefore \triangle ADE\backsim\triangle DCF$，$\therefore \frac{DE}{CF}=\frac{AD}{DC}$.

(2)当$\angle B+\angle EGC=180°$时，$\frac{DE}{CF}=\frac{AD}{DC}$成立.证明略

第24章 解直角三角形

24.1 测 量

自主学习·探新知

1. 影长 旗杆 身高 旗杆的影长 人的影长

2. 自己到旗杆 目高 视线与水平线

小题快练

1. × **2.** × **3.** √

题型示范·知规律

【示范题 1】方案一:

∵$\angle ABO=\angle CDO=90°$,

$\angle AOB=\angle COD$,

∴$\triangle ABO\backsim\triangle CDO$,

∴$\frac{AB}{CD}=\frac{BO}{OD}$,

即$\frac{AB}{1.7}=\frac{1.5}{0.85}$,∴$AB=3$m.

方案二:∵$\frac{AB}{BE}=\frac{CD}{DF}$,

∴$\frac{AB}{1.8}=\frac{1}{0.6}$,

∴$AB=3$m.

方案三:∵$EF\parallel AB$,

∴$\triangle ABC\backsim\triangle EFC$,

∴$\frac{AB}{EF}=\frac{BD}{FG}$,∴$\frac{AB}{0.2}=\frac{9}{0.6}$

∴$AB=3$m.

【示范题 2】该同学的这种做法不能根据已有的数据求出河宽AB,她还必须测量线段CE的长.

由题意知$CE=m$,$CE\parallel BD$,

∴$\triangle ABD\backsim\triangle ACE$,

∴$\frac{AB}{AC}=\frac{BD}{CE}$,

∴$\frac{AB}{AB+30}=\frac{20}{m}$,

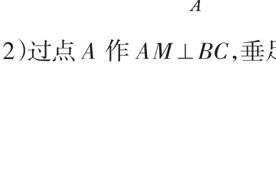
∴$AB=\frac{600}{m-20}$(m).

课堂达标·练基础

题组一

1. A **2.** 10

3. 解析 (1)如图,线段BC就是小芳能看到的那段公路.



(2)过点A作$AM\perp BC$,垂足为M,交DE于点N,

则AM即为点A到公路的距离.

∵$DE\parallel BC$,∴$\triangle ADE\backsim\triangle ABC$.

∴$\frac{DE}{BC}=\frac{AN}{AM}$.

根据题意得:

$BC=1.2\times10=12$(m).

又 ∵$AN=2$m,$DE=3$m.

∴$\frac{3}{12}=\frac{2}{AM}$,∴$AM=8$(m).

题组二

1. A **2.** B **3.** 6

鉴前毖后

(1)对应边寻找错误

(2)∴$\frac{AD}{AC}=\frac{DE}{BC}$,$\frac{8}{8+22}=\frac{3.2}{BC}$,

∴$BC=12$m,故选 A

24.2 直角三角形的性质

自主学习·探新知

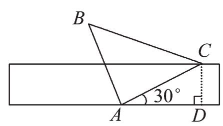
互余 斜边的平方 一半 一半

小题快练

1. √ **2.** × **3.** × **4.** √

题型示范·知规律

【示范题 2】**D** 如图,过点C作$CD\perp AD$,∴$CD=3$cm,在直角三角形ADC中,



∵$\angle CAD=30°$,

∴$AC=2CD=2\times3=6$(cm),

又三角板是有 45°角的三角板,

∴$AB=AC=6$cm,

∴$BC^2=AB^2+AC^2=6^2+6^2=72$,

∴$BC=6\sqrt{2}$(cm).

课堂达标·练基础

题组一

1. A **2.** B **3.** 60° **4.** $4\sqrt{2}$

题组二

1. D **2.** B

3. 解析 由题意可得,BE平分$\angle ABC$,$DE=CE$,又$\angle A=30°$,$\angle ADE=90°$,$AC=6$,可得

$DE=\frac{1}{2}AE$,

∴$DE=\frac{1}{2}(6-DE)$,解得$DE=2$.

答案 2

4. 解析 过点O作$OP\perp AB$于P,过点A作$AC\perp OB$于C,

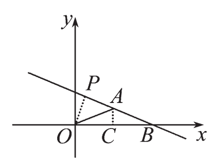
∵$\angle AOB=\angle ABO=30°$,

∴$AC=\frac{1}{2}AB=2$,

∴$OC=\sqrt{OA^2-AC^2}=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}$,

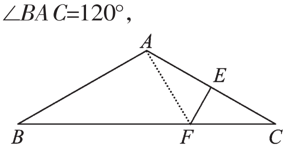
∴$OB=2OC=4\sqrt{3}$,

∴$OP=\frac{1}{2}OB=2\sqrt{3}$.



答案 $2\sqrt{3}$

5. 证明 连接AF.∵$AB=AC$,$\angle BAC=120°$,



∴$\angle B=\angle C=30°$.

∵EF是AC的垂直平分线,

∴$AF=FC$,∴$\angle CAF=\angle C=30°$,

∴$\angle BAF=90°$,∴$BF=2AF$,

∴$BF=2CF$.

鉴前毖后

(1)②

(2)在 Rt$\triangle ABC$中,∵CD是斜边上的高,∴$\angle BCD=\angle A=$

30°，∴$BC=2BD=6$，∵∠$ACB=90°$，∠$A=30°$，∴$AB=2CB=12$，∴$AD=AB-BD=12-3=9$(cm)

24.3 锐角三角函数

1.锐角三角函数

自主学习·探新知

一、sin$A$ cos$A$ tan$A$

二、**1.** 0 1 0 1 **2.** 1

三、$\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\sqrt{3}$

小题快练

1. √ **2.** √ **3.** × **4.** √

题型示范·知规律

【示范题1】【解题探究】**1.**勾股定理

2. 提示 在Rt△ABC中，∵∠$C=90°$， $a=9$，$b=12$，∴$c=\sqrt{a^2+b^2}=15$.

3. 提示 在Rt△ABC中，∵∠$C=90°$，$a=\sqrt{2}$，$c=3$，∴$b=\sqrt{c^2-a^2}=\sqrt{7}$.

4. (1) $\frac{4}{5}$ $\frac{a}{c}$ $\frac{3}{5}$ $\frac{b}{a}$ $\frac{4}{3}$

(2) $\frac{b}{c}$ $\frac{\sqrt{7}}{3}$ $\frac{a}{c}$ $\frac{\sqrt{2}}{3}$ $\frac{b}{a}$ $\frac{\sqrt{14}}{2}$

(1)∵$c=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{9^2+12^2}=15$，

∴$\sin B=\frac{b}{c}=\frac{12}{15}=\frac{4}{5}$，$\cos B=\frac{a}{c}=\frac{9}{15}=\frac{3}{5}$，$\tan B=\frac{b}{a}=\frac{12}{9}=\frac{4}{3}$.

(2)∵$b=\sqrt{c^2-a^2}=\sqrt{3^2-(\sqrt{2})^2}=\sqrt{7}$，

∴$\sin B=\frac{b}{c}=\frac{\sqrt{7}}{3}$，$\cos B=\frac{a}{c}=\frac{\sqrt{2}}{3}$，$\tan B=\frac{b}{a}=\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{14}}{2}$.

【示范题2】(1) 原式$=2\times\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}-\sqrt{3}=\sqrt{3}+\frac{\sqrt{2}}{2}-\sqrt{3}=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

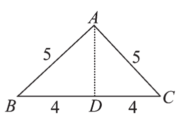
(2)原式$=\sqrt{2}\left(2\times\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)+\frac{\sqrt{2}}{2}\times\sqrt{3}=2-\frac{\sqrt{6}}{2}+\frac{\sqrt{6}}{2}=2$.

课堂达标·练基础

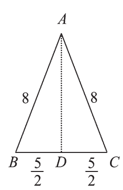
题组一

1. C **2.** A **3.** C **4.** $\frac{\sqrt{5}}{5}$

5. 解析 (1)当等腰三角形ABC的腰长为5，底边长为8时，作底边BC的高AD，则$BD=CD=4$，



∴在Rt△ADB中，$\cos B=\frac{BD}{AB}=\frac{4}{5}$.



(2)当等腰三角形ABC的腰长为8，底边长为5时，作底边BC的高AD，则$BD=CD=\frac{5}{2}$，

∴在Rt△ADB中，$\cos B=\frac{BD}{AB}=\frac{5}{16}$.

答案 $\frac{4}{5}$或$\frac{5}{16}$

题组二

1. A **2.** A **3.** D **4.** $\frac{3}{2}$

5. 解析 (1)原式$=2\times\frac{\sqrt{3}}{2}-3\times\frac{\sqrt{3}}{3}+1+1=2$.

(2)原式$=\frac{4}{3}-1-3\sqrt{3}+3\sqrt{3}=\frac{1}{3}$.

鉴前毖后

(1)①

(2)在Rt△CDB中，∵$DC=\sqrt{BC^2-BD^2}=\sqrt{6^2-3^2}=3\sqrt{3}$，

∴$\tan B=\frac{CD}{BD}=\frac{3\sqrt{3}}{3}=\sqrt{3}$.

在Rt△ADC中，

∵$AD=\sqrt{AC^2-CD^2}=\sqrt{8^2-(3\sqrt{3})^2}=\sqrt{37}$，

∴$\tan A=\frac{CD}{AD}=\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{37}}=\frac{3\sqrt{111}}{37}$

2.用计算器求锐角三角函数值

自主学习·探新知

一、**1.** SHIFT MODE 3 D

二、SHIFT sin =

小题快练

1. √ **2.** × **3.** × **4.** √

题型示范·知规律

【示范题1】在角度单位为“度”的情况下，依次按键：

(1) $\boxed{\sin}$ $\boxed{63}$ $\boxed{°\,'\,''}$ $\boxed{50}$ $\boxed{°\,'\,''}$ $\boxed{31}$ $\boxed{°\,'\,''}$ $\boxed{=}$.

(2) $\boxed{\cos}$ $\boxed{72}$ $\boxed{°\,'\,''}$ $\boxed{31}$ $\boxed{°\,'\,''}$ $\boxed{=}$.

(3) $\boxed{\tan}$ $\boxed{30}$ $\boxed{°\,'\,''}$ $\boxed{36}$ $\boxed{°\,'\,''}$ $\boxed{=}$.

显示的结果为：

(1)0.897 581 342.

(2)0.300 428 362.

(3)0.591 398 351.

所以：

(1)$\sin 63°50'31''\approx0.897\ 6$.

(2)$\cos72°31' \approx 0.300\ 4$.

(3)$\tan30°36' \approx 0.591\ 4$.

【示范题 2】

(1)按键 SHIFT cos 0 . 7 5 2 1 = SHIFT °′″

显示：41°13′38.58″.

则 $\angle A \approx 41°14'$.

(2)按键 SHIFT tan 1 . 4 2 1 = SHIFT °′″

显示：54°51′53.31″,

则 $\angle A \approx 54°52'$.

课堂达标 · 练基础

题组一

1. C **2.** D **3.** 0.587 8 **4.** 0.958 1

5. 解析 根据题意用计算器求出：

(1)$\sin47° \approx 0.731\ 4$.

(2)$\sin12°30' \approx 0.216\ 4$.

(3)$\cos25°18' \approx 0.904\ 1$.

(4)$\tan44°59'59'' \approx 1.000$.

(5)$\sin18°+\cos55°-\tan59°$

$\approx -0.781\ 7$.

题组二

1. D **2.** D **3.** 56°12′ 18°0′

4. 解析 根据已知一个角的正切值求这个角的算法，得到这个角的度数为 84.13°，转化为分为 84°8′.

答案 84°8′.

5. 解析 (1)$\because \sin A=0.75, \therefore A \approx 48°35'$.

(2)$\because \cos B=0.888\ 9, \therefore B \approx 27°16'$.

(3)$\because \tan C=45.43, \therefore C \approx 88°44'$.

(4)$\because \tan D=0.974\ 2, \therefore D \approx 44°15'$.

鉴前毖后

(1)②

(2)$54.197° \approx 54°12'$.

答案 54°12′,

24.4 解直角三角形

第 1 课时

自主学习 · 探新知

1. 已知 未知

2. $\tan A$ $90°-\angle A$ $\sqrt{a^2+b^2}$ $\frac{a}{c}$

$90°-\angle A$ $\sqrt{c^2-a^2}$ $90°-\angle A$

$b \cdot \tan A$ $\frac{b}{\cos A}$ $90°-\angle A$

$\frac{a}{\tan A}$ $\frac{a}{\sin A}$ $90°-\angle A$

$c \cdot \sin A$ $c \cdot \cos A$

小题快练

1. √ **2.** × **3.** × **4.** ×

题型示范 · 知规律

【示范题 1】(1)$\because AD$ 是 BC 边上的高，$\therefore AD \perp BC$,

在 Rt△ABD 中，

$\because \sin B=\frac{AD}{AB}=\frac{1}{3}$，又 $AD=1$,

$\therefore AB=3, \therefore BD=\sqrt{3^2-1^2}=2\sqrt{2}$.

在 Rt△ADC 中，

$\because \angle C=45°, \therefore CD=AD=1$,

$\therefore BC=2\sqrt{2}+1$.

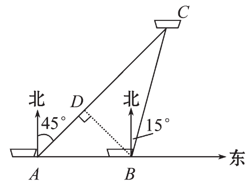
(2)$\because AE$ 是 BC 边上的中线，

$\therefore DE=\frac{2\sqrt{2}+1}{2}-1=\sqrt{2}-\frac{1}{2}$,

$\therefore \tan\angle DAE=\frac{\sqrt{2}-\frac{1}{2}}{1}=\sqrt{2}-\frac{1}{2}$.

【示范题 2】作 $BD \perp AC$ 于 D，由题意可知，$\angle BAC=45°$，$\angle ABC=105°$,

$\therefore \angle ACB=180°-\angle BAC-\angle ABC=30°$,



在 Rt△ABD 中，

$BD=AB \cdot \sin\angle BAD=20\times\frac{\sqrt{2}}{2}=10\sqrt{2}$(km),

在 Rt△BCD 中，$BC=\frac{BD}{\sin\angle BCD}=\frac{10\sqrt{2}}{\frac{1}{2}}=20\sqrt{2}$(km),

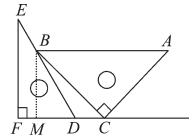
答：此时船 C 与船 B 的距离是 $20\sqrt{2}$ km.

课堂达标 · 练基础

题组一

1. B **2.** D **3.** $\frac{1}{\sin\alpha}$

4. 解析 过点 B 作 $BM \perp FD$ 于点 M,



在△ACB 中，$\angle ACB=90°$，$\angle A=45°$，$AC=12\sqrt{2}$,

$\therefore BC=AC=12\sqrt{2}. \because AB \parallel CF$,

$\therefore BM=BC\times\sin45°=12\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=12, CM=BM=12$,

在△EFD 中，$\angle F=90°$，$\angle E=30°$，$\therefore \angle EDF=60°$,

$\therefore MD=BM\div\tan60°=4\sqrt{3}$.

$\therefore CD=CM-MD=12-4\sqrt{3}$.

题组二

1. D **2.** 15

3. 有触礁危险，理由略

鉴前毖后

(1)长为2的边只能为斜边,不可能为直角边.

(2)只有一种情况,在Rt△ABC中,30°角对的直角边为1,斜边为2,则 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\times1\times\sqrt{2^2-1^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

答案 1.

第2课时

自主学习·探新知

一、观测点 视线 水平线 仰角 俯角

二、1. 铅垂高度 水平长度 $\frac{h}{l}$

2. 坡面 水平面

3. $\frac{h}{l}$ $\tan\alpha$ 越大

小题快练

1. × 2. √ 3. × 4. √

题型示范·知规律

【示范题1】依题意可知:

$\angle AEB=30°$, $\angle ACE=15°$,又 $\angle AEB=\angle ACE+\angle CAE$,

$\therefore \angle CAE=15°$,即△ACE为等腰三角形,$\therefore AE=EC=100$m. 又在Rt△AEF中,$\angle AEF=60°$,

$\therefore EF=AE\cdot\cos60°=50$m,

$AF=AE\cdot\sin60°=50\sqrt{3}$ m. 又在Rt△BEF中,

$\angle BEF=30°$,$\therefore BF=EF\cdot\tan30°$

$=50\times\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{50\sqrt{3}}{3}$(m),

$\therefore AB=AF-BF=50\sqrt{3}-\frac{50\sqrt{3}}{3}=\frac{100\sqrt{3}}{3}\approx58$(m).

答:塔高AB大约为58m.

【示范题2】过点B作 $BF\perp AD$ 于点F.

$\therefore$ 四边形BFEC是矩形,

$\therefore BF=CE=5$m,$EF=BC=10$m.

在Rt△ABF中,$\angle BAF=35°$,

$\tan\angle BAF=\frac{BF}{AF}=\tan35°$,

$AF=\frac{BF}{\tan35°}\approx\frac{5}{0.70}\approx7.14$(m).

$\because$ 斜坡CD的坡度为 $i=1:1.2$,

$\therefore \frac{CE}{ED}=\frac{1}{1.2}$,

$ED=1.2CE=1.2\times5=6$(m).

$\therefore AD=AF+FE+ED\approx$

$7.14+10+6=23.14$

≈23.1(m).

答:天桥下底AD的长度约为23.1m.

课堂达标·练基础

题组一

1. A 2. D 3. $750\sqrt{2}$

4. 建筑物CD的高约为47m

题组二

1. 75° 2. 24

3. 完成该工程需要40 320方土

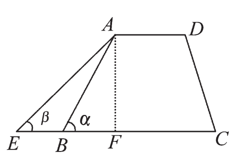
4. 解析 过点A作 $AF\perp CE$ 于点F,在Rt△ABF中,AB=20m,

$\because \sin\alpha=\frac{AF}{AB}$,

$\therefore AF=20\times\frac{\sqrt{3}}{2}=10\sqrt{3}$(m).

在Rt△AEF中,$\because \sin\beta=\frac{AF}{AE}$,

$\therefore AE=\frac{10\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=10\sqrt{6}$(m).



鉴前毖后

(1)在Rt△ODA中,不应用正弦,应用正切

(2)在Rt△ODA中,$AD=\frac{OD}{\tan A}$

$=\frac{x}{\tan18°}\approx3.1x$

$\because AB=5\ 000\times2=10\ 000$(m)

$\because 3.1x-x=10\ 000$

$\therefore x\approx4762$(m)

单元评价检测(四)(第24章)

1. A 2. C 3. A 4. C 5. B 6. A

7. A 8. 0 9. 3.7 1.85 10. 2.7

11. $18\sqrt{5}$ 或 $32\sqrt{5}$

12. $\frac{3\sqrt{5}}{5}a$ 或 $\frac{\sqrt{5}}{5}a$

13. 解析 在Rt△BDC中,因为 $\sin\angle BDC=\frac{BC}{BD}$,所以 $BC=BD\cdot\sin\angle BDC=10\sqrt{2}\times\sin45°=10\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=10$.

在Rt△ABC中,因为 $\sin A=\frac{BC}{AB}=\frac{10}{20}=\frac{1}{2}$,所以 $\angle A=30°$.

14. 木箱端点E距地面AC的高度EF是3m

15. 此时灯罩顶端C到桌面的高度CE约是51.6cm

16. 古塔A,B之间的距离为 $\frac{20\sqrt{3}}{3}$m

第25章 随机事件的概率

25.1 在重复试验中观察不确定现象

自主学习·探新知

一、1. 能够 必然 不可能

2. 会 3. 不会 4. 会不会

二、数值附近 大小

小题快练

1.× 2.√ 3.√ 4.√

题型示范·知规律

【示范题 1】(1) **A** 当 a 是正数时,$|a|>0$;当 a 是负数时,$|a|>0$;当 $a=0$ 时,$|a|=0$;
所以"a 是实数,$|a|\geqslant 0$"这一事件是必然事件.

(2) **D** 因为选项 A,B,C 都是随机事件(即不确定事件);选项 D 中的三角形的内角和是 180°,不可能是 360°,所以度量三角形的内角和,结果是 360°是不可能事件.

【示范题 2】【解题探究】

1. 提示 有红色,有白色,一共两种.

2. 提示 白球的数量大于红球的数量.

D 因为取到白球的可能性较大,故白球数多于红球数,故白球数多于 4 个,即 5 个或 5 个以上.

课堂达标·练基础

题组一

1. C 2. B 3. B 4. A 5. A 6. C

7. 解析 答案不唯一,如:正数大于 0,在装有白球的袋子中,摸出一个球是白球.

答案 正数大于 0(答案不唯一)

题组二

1. C 2. C 3. B 4. 0.3

5. 解析 图中有 9 块黑色方块,15 块白色方块,所以停在白色方块上的机会大.

答案 停在白色方块上的机会大.

鉴前毖后

(1)求某个事件的频率的稳定值应经过多次大量重复试验才能得出,而仅仅经过 10 次试验是不够的

(2)本试验次数太少,无法求得频率的稳定值,故选 D

25.2 随机事件的概率

1.概率及其意义

自主学习·探新知

一、可能性的大小

二、1. 稳定值

3. (1)关注 (2)均等

小题快练

1. √ 2. √ 3. × 4. ×

题型示范·知规律

【示范题】【解题探究】(1) 提示 任取一个自然数的可能性是相等的,总共有 9 种可能.

(2) 提示 1 到 9 这九个自然数中是偶数的有 2,4,6,8.

B 从 1 到 9 这九个自然数中任取一个,一共有 9 种可能性,并且每种可能性都是相等的,从 1 到 9 这九个自然数中是偶数的有 2,4,6,8 共 4 个,所以任意抽取一个,是偶数的概率是 $\frac{4}{9}$.

课堂达标·练基础

题组

1. A 2. D 3. B 4. D 5. C

6. 0.3

7. 解析 因为红球出现的概率 + 白球出现的概率 =1,红球的概率为 $\frac{1}{3}$,所以白球的概率是 $1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$.

答案 $\frac{2}{3}$

8. 解析 阴影部分所占面积是全部面积的 $\frac{3}{8}$,∴小明能获得奖品的概率是 $\frac{3}{8}$.

鉴前毖后

(1) 忽略了公式的运用条件:各种结果出现的可能性必须相等

(2)在每一次试验中一共有 4 种结果:白色 1、白色 2、白色 3 和红色;符合条件的有 1 种,所以任取一支粉笔是红色粉笔的概率是 $\frac{1}{4}$

2.频率与概率

自主学习·探新知

1. 树状 2. 相同 数值 稳定

小题快练

1. × 2. × 3. ×

题型示范·知规律

【示范题 1】**B** 根据所有事件频率的和等于 1,可知白球的频率为 1−20%−50%=30%,①正确;因为黑球出现的频率大,所以从布袋中随机摸出一球,该球是黑球的概率最大.②正确;再摸球 100 次,也不一定有 20 次摸出的是红球. ③不正确.

【示范题 2】【解题探究】(1) 提示 0.9.

(2) 提示 幼树成活的概率.

(3) 提示 10 万.

(1)观察表格发现,这种幼树成活的概率是 0.9.

(2)4×0.9=3.6(万).

(3)9÷0.9=10(万),10−4=6(万).

课堂达标·练基础

题组一

1. D　**2.** C　**3.** A　**4.** B

题组二

1. B

2. 解析 (1)填表如下：

转动转盘的次数 n	100	150	200
落在"铅笔"的次数 m	68	111	136
落在"铅笔"的频率 $\frac{m}{n}$	0.68	0.74	0.68

转动转盘的次数 n	500	800	1 000
落在"铅笔"的次数 m	345	564	701
落在"铅笔"的频率 $\frac{m}{n}$	0.69	0.705	0.701

(2)当试验的次数很大时，频率接近 0.7.

(3)根据频率与概率的关系可得：获得铅笔的概率约是 0.7.

鉴前毖后

(1)由于本题试验的次数(即买彩票的注数)太少，不能较好地说明中一等奖的概率

(2)李林的爸爸的说法是错误的，因为试验的次数太少，不能用中一等奖的频率去估计概率

3.列举所有机会均等的结果

自主学习·探新知

一、两个以上　树状图法

1. 均等　**2.** 两个及两个以上的

3. 可能性的结果　第二个因素

二、**1.** 均等　**2.** 两个

3. 横行　竖列

小题快练

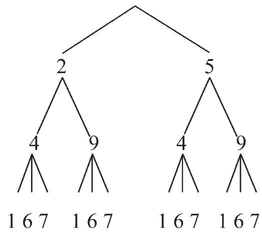
1. ×　**2.** √　**3.** √

题型示范·知规律

【示范题 1】【解题探究】

(1) 提示 一共有 12 种情况，标号分别是：2,4,1;2,4,6;2,4,7;2,9,1;2,9,6;2,9,7;5,4,1;5,4,6;5,4,7;5,9,1;5,9,6;5,9,7.

(2) 提示 两短边的和大于最长边.画树状图，如下：



一共有 12 种情况，能够组成三角形的有 4 种情况.即能构成三角形的概率 $P=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$.

【示范题 2】(1)列表如下：

转盘A \ 转盘B	1	2	3	4
3	(1,3)	(2,3)	(3,3)	(4,3)
4	(1,4)	(2,4)	(3,4)	(4,4)
5	(1,5)	(2,5)	(3,5)	(4,5)

因为共有 12 种结果，其中"和是 3 的倍数"的结果有 4 种，所以 P(甲胜)$=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$.

(2)因为"和是 4 的倍数"的结果有 3 种，所以 P(乙胜)$=\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$.

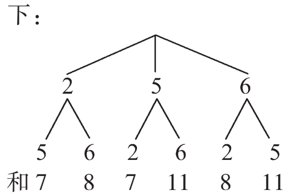
因为 $\frac{1}{3}\neq\frac{1}{4}$，所以这个游戏不公平.

课堂达标·练基础

题组一

1. A　**2.** C　**3.** $\frac{2}{3}$　**4.** $\frac{1}{2}$

5. 解析 此规则不合理.画树状图如下：



可知等可能的 6 种结果中，和为偶数的有 2 种，和为奇数的有 4 种，

$\therefore P$(甲获 A 名著)$=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$，

P(乙获 A 名著)$=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$，

则乙获得 A 名著的概率大些，所以此规则不合理.

题组二

1. A　**2.** $\frac{1}{4}$　**3.** $\frac{3}{8}$

4. 解析 (1)列表如下：

小李 \ 小王	1	2	3
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)

(2) 解方程 $x^2-3x+2=0$ 得 $x_1=1$，$x_2=2$，因为共有 9 种结果，有 2 种是方程的解，所以 P(是方程的解)$=\frac{2}{9}$.

鉴前毖后

(1)不理解姐妹俩摸球的方式，等同于一个人摸到一个球之后不放回，第二个人接着摸球

(2)列表如下：

姐 \ 妹	1	2	3	4
1		(1,2)	(1,3)	(1,4)
2	(2,1)		(2,3)	(2,4)
3	(3,1)	(3,2)		(3,4)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	

一共有12 种情况，姐姐赢有 4 种情况：(3,1)，(4,2)，(1,3)，(2,4)，所以 P(姐姐赢)$=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$；妹妹赢有 8 种情况，所以 P(妹妹赢)$=\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$；所以该游戏对双方不公平

单元评价检测(五)(第 25 章)

1. B **2.** D **3.** D **4.** C **5.** A **6.** B

7. D **8.** $\frac{13}{25}$ **9.** $\frac{3}{10}$ **10.** $m+n=8$

11. 4 **12.** $\frac{7}{11}$

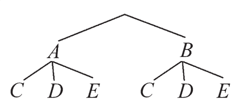
13. 解析 (1)随机抽取一张卡片,一共有 4 种可能性的结果,符合条件的有 3 种可能性，即概率是 0.75.

(2)列表如下(树状图略):

第一张 / 第二张	A	B	C	D
A		(B,A)	(C,A)	(D,A)
B	(A,B)		(C,B)	(D,B)
C	(A,C)	(B,C)		(D,C)
D	(A,D)	(B,D)	(C,D)	

结果共有 12 种情况,其中两张卡片图案都是中心对称图形的有 6 种,$\therefore P$（中心对称图形）$=\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$.

14. 解析 (1)所列树状图或列表表示为:



	C	D	E
A	A,C	A,D	A,E
B	B,C	B,D	B,E

(2)由(1)知 C 型号的打印机被选购的概率为 $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$.

(3)设选购 E 型号的打印机 x 台(x 为正整数),则选购甲品牌(A 或 B 型号)$(30-x)$台,由题意,得

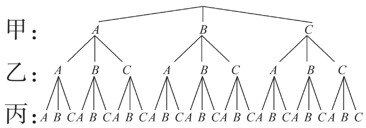
当甲品牌选 A 型号时,$1\,000x+(30-x)\times 2\,000=50\,000$,

解得 $x=10$,

当甲品牌选 B 型号时,$1\,000x+(30-x)\times 1\,700=50\,000$,

解得 $x=\frac{10}{7}$（不合题意）.故选购 E 型号的打印机 10 台.

15. 解析 为方便表述,设:剪刀—A,石头—B,布—C,画出 3 人出手势的树状图:



由树状图可以看出，所有可能出现的情况共有 27 种,

(1)其中不分胜负的情况有:$AAA,BBB,CCC,ABC,ACB,BAC,BCA,CAB,CBA$ 共 9 种;

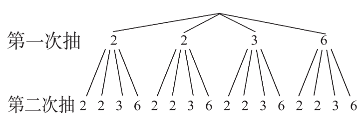
所以,P(三人不分胜负)$=\frac{9}{27}=\frac{1}{3}$.

(2) 一人胜两人负的有:$AAB,ABA,ACC,BAA,BBC,BCB,CBB,CAC,CCA$,共 9 种;

所以,P(一人胜,两人负)$=\frac{9}{27}=\frac{1}{3}$.

16. 解析 (1)P(抽到 2)$=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$.

(2)画树状图如下(列表法略)



从树状图中可以看出所有可能结果共有 16 种,符合小贝胜的有 10 种,

$\because P$(小贝胜)$=\frac{10}{16}=\frac{5}{8}$,即小贝和小晶获胜的概率不相等,

$\therefore$ 游戏不公平.

期末综合检测(第 21~25 章)

1. D **2.** B **3.** B **4.** B **5.** C **6.** C

7. D **8.** A **9.** B **10.** D

11. $3\sqrt{2}$（答案不唯一）

12. 105° **13.** 0.1 **14.** 3 **15.** 9

16. $\frac{2}{3}$ **17.** 6 或 12 或 10

18. $>$ $>$ $=$

$a+b\geqslant 2\sqrt{ab}$（$a>0,b>0$,当且仅当 $a=b$ 时取等号）

19. 解析 (1)原式 $=(\sqrt{2})^2-1-(3-4\sqrt{3}+4)$

$=2-1-3+4\sqrt{3}-4=-6+4\sqrt{3}$.

(2)移项,得 $2x^2+4x=5$.

方程两边同除以 2,得

$x^2+2x=\frac{5}{2}$.

两边同加上 1,得 $(x+1)^2=\frac{7}{2}$.

两边开平方,得 $x+1=\pm\frac{\sqrt{14}}{2}$,

$\therefore x_1=\frac{\sqrt{14}}{2}-1, x_2=-\frac{\sqrt{14}}{2}-1$.

(3) 原式 $=4\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}+\left(-\frac{1}{2}\right)-1=3-\frac{1}{2}-1=\frac{3}{2}$.

20. 解析 过点 A 作 $AD\perp BC$ 于 D,过点 B 作 $BE\perp AC$ 于 E,

$\therefore \frac{1}{2}AC\cdot BE=\frac{1}{2}BC\cdot AD$.

即 $3\times 2=BC\cdot AD$

又 $BC=\sqrt{5}$,

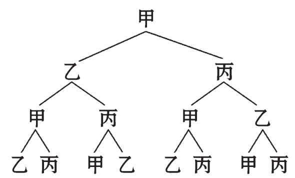
$\therefore AD=\frac{6}{\sqrt{5}}=\frac{6}{5}\sqrt{5}$.

在 Rt$\triangle ABD$ 中,$AB=2\sqrt{2}$,

$\therefore \sin\angle ABC=\frac{AD}{AB}=\frac{\frac{6}{5}\sqrt{5}}{2\sqrt{2}}=$

$\frac{3}{10}\sqrt{10}$.

21. 解析 (1)画树状图如图,可看出:三次传球有 8 种等可能结果,其中传回甲手中的有 2 种.所以 P(传球三次回到甲手中) $=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$.



(2)由(1)可知:从甲开始传球,传球三次后球传到甲手中的概率为 $\frac{1}{4}$,球传到乙、丙手中的概率为 $\frac{3}{8}$,所以三次传球后球回到乙手中概率最大值为 $\frac{3}{8}$.所以乙会让球开始时在甲手中或丙手中.

22. 小丽自家门前的小河的宽度为 $15\sqrt{3}$ m.

23. 经过 1 秒或 2 秒后△PBQ 的面积为 6cm^2.

24. (1)设 2 016 至 2 018 年的年平均增长率为 x,依题意列方程:

$2\,000(1+x)^2=2\,420$,

解得:$x_1=10\%$,$x_2=-210\%$.

∵增长率不能是负数,

∴-210%要舍去.

尹进 2 019 年的月工资为:

$2\,420(1+10\%)=2\,662$(元).

故尹进 2 019 年的月工资为 2 662 元.

(2)尹进总共捐献了 23 本工具书.

25. 解析 假设满足条件的点 P 存在,则有以下两种情形:

(1)$\triangle APD\backsim\triangle BPC$,由相似三角形的对应边成比例有 $\frac{AP}{BP}=\frac{AD}{BC}$,即 $\frac{AP}{BP}=\frac{2}{3}$,

所以 $AP=\frac{14}{5}$.

(2)$\triangle APD\backsim\triangle BCP$,由相似三角形的对应边成比例有 $\frac{AP}{BC}=\frac{AD}{BP}$,即 $\frac{AP}{3}=\frac{2}{7-AP}$,所以 $AP=1$ 或 6.因此,存在这样的点 P,使得以 P,A,D 为顶点的三角形和以 P,B,C 为顶点的三角形相似,且这样的点 P 共 3 个,AP 的长分别为 $\frac{14}{5}$,1,6.

26. 解析 (1)∵点 E 是 AD 的中点.

∴$AE=DE$.

∵$AD\parallel BC$,∴$\triangle GED\backsim\triangle GBC$.

∴$\frac{GE}{GB}=\frac{ED}{BC}$.

又∵$AE=ED$,∴$\frac{GE}{GB}=\frac{AE}{BC}$.

(2)∵$AD\parallel BC$,

∴$\triangle AEF\backsim\triangle CBF$.

∴$\frac{AE}{BC}=\frac{EF}{BF}$,

由(1)知 $\frac{GE}{GB}=\frac{AE}{BC}$,

∴$\frac{EF}{BF}=\frac{GE}{GB}$.

设 $EF=x$,则 $GB=5+x$.

则有 $\frac{x}{3}=\frac{2}{5+x}$,即 $x^2+5x-6=0$,

解得 $x=1$ 或 $x=-6$

经检验,$x=1$ 或 $x=-6$ 都是原方程的根,但 $x=-6$ 不合题意,舍去.故 EF 的长为 1.